



Л. А. АЛЕКСАНДРОВА

и начала математического анализа

класс

Самостоятельные работы

Под редакцией А. Г. Мордковича

4-е издание, исправленное и дополненное



Москва 2008

УДК 373.167.1:[512 + 517]
ББК 22.141я721 + 22.161я721
А46



Александрова Л. А.
А46 Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Самостоятельные работы для учащихся общеобразовательных учреждений / Л. А. Александрова ; под ред. А. Г. Мордковича. — 4-е изд., испр. и доп. — М. : Мнемозина, 2008. — 127 с. : ил.

ISBN 978-5-346-01113-2

Данное пособие предназначено для общеобразовательных классов, обучающихся курсу алгебры и начал математического анализа по учебному комплексу А. Г. Мордковича. Пособие содержит материал для проведения самостоятельных работ по каждой теме и может быть использовано учителем для осуществления текущего контроля знаний, умений и навыков школьников, в качестве дополнительных упражнений, а учащимися — для самоподготовки.

УДК 373.167.1:[512 + 517]
ББК 22.141я721 + 22.161я721

ISBN 978-5-346-01113-2

© «Мнемозина», 2005
© «Мнемозина», 2008, с изменениями
© Оформление. «Мнемозина», 2008
Все права защищены

Предисловие

Издательство «Мнемозина» опубликовало учебный комплект для изучения курса алгебры и начала математического анализа в 10—11-м классах общеобразовательной школы:

- А. Г. Мордкович. Алгебра и начала математического анализа, 10—11. Часть 1. Учебник.
- А. Г. Мордкович и др. Алгебра и начала математического анализа, 10—11. Часть 2. Задачник / Под ред. А. Г. Мордковича.

Это пособие является дополнением к указанному учебному комплексу.

Предлагаемые самостоятельные работы можно использовать в общеобразовательных классах для текущего контроля знаний, умений и навыков учащихся, в качестве обучающих работ, а также в целях выборочной проверки знаний школьников по определенной теме.

Работы, отмеченные знаком *, предназначены только для профильных классов.

Время, отводимое на самостоятельные работы, варьируется от 7 до 20 минут по усмотрению учителя в зависимости от структуры урока, объема и сложности работы, уровня подготовки учеников того или иного класса. Учитель вправе дать учащимся не всю работу, а выборочные задания и лишь те работы, которые он считает целесообразным провести. Необязательные задания и задания повышенной сложности отмечены знаком •.

Работы представлены в четырех вариантах. Задания каждого варианта подобраны по возрастанию сложности, причем варианты 1 и 2 во многих случаях несколько легче вариантов 3 и 4.

В данном пособии приводится примерное планирование учебного материала из расчета 3 ч в неделю с указанием номеров самостоятельных работ (С-1, ...) по каждой теме.

ПРИМЕРНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

10 класс

Планирование дано в соответствии с параграфами учебника А. Г. Мордковича «Алгебра и начала математического анализа. 10—11 классы» (М. : Мнемозина, 2008) из расчета 3 ч в неделю в первом полугодии и 2 ч в неделю во втором.

Глава 1. Числовые функции

§ 1. Определение числовой функции и способы ее задания	2 ч	C-1
§ 2. Свойства функций	2 ч	C-2
§ 3. Обратные функции	1 ч	C-3

Глава 2. Тригонометрические функции

§ 4. Числовая окружность	2 ч	C-4, 5
§ 5. Числовая окружность на координатной плоскости	2 ч	C-6
<i>Контрольная работа № 1</i>	1 ч	
§ 6. Синус и косинус, тангенс и котангенс	3 ч	C-7, 8
§ 7. Тригонометрические функции числового аргумента	2 ч	C-9
§ 8. Тригонометрические функции углового аргумента	1 ч	C-10
§ 9. Формулы приведения	2 ч	C-11
<i>Контрольная работа № 2</i>	1 ч	
§ 10. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график	2 ч	C-12
§ 11. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график	2 ч	C-13
§ 12. Периодичность функций	1 ч	C-14
§ 13. Преобразование графиков тригонометрических функций	2 ч	C-15, 16
§ 14. Функция $y = \operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg} x$, ее свойства и графики	2 ч	C-17
<i>Контрольная работа № 3</i>	1 ч	

Глава 3. Тригонометрические уравнения

§ 15. Арккосинус и решение уравнения $\cos t = a$	2 ч	C-18
§ 16. Арксинус и решение уравнения $\sin t = a$	2 ч	C-19
§ 17. Арктангенс и решение уравнения $\operatorname{tg} t = a$		
Арккотангенс и решение уравнения	2 ч	C-20
§ 18. Тригонометрические уравнения	3 ч	C-21—23
<i>Контрольная работа № 4</i>	1 ч	C-24*

Глава 4. Преобразование тригонометрических выражений

§ 19. Синус и косинус суммы и разности аргументов	2 ч	C-25, 26
§ 20. Тангенс суммы и разности аргументов	1 ч	C-27

§ 21. Формулы двойного аргумента	2 ч	C-28, 29
§ 22. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение	2 ч	C-30
<i>Контрольная работа № 5</i>	1 ч	
§ 23. Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму	2 ч	C-31
Преобразование выражения $A \sin x + B \cos x$ к виду $C \sin (x + t)$		C-32*

Глава 5. Производная

§ 24. Предел последовательности	2 ч	C-33
§ 25. Сумма бесконечной геометрической прогрессии	1 ч	C-34
§ 26. Предел функции	3 ч	C-35
§ 27. Определение производной	3 ч	C-36
§ 28. Вычисление производных	4 ч	C-37—40
<i>Контрольная работа № 6</i>	1 ч	
§ 29. Уравнение касательной к графику функции	2 ч	C-41, 42
§ 30. Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы	3 ч	C-43, 44
§ 31. Построение графиков функций	2 ч	C-45
§ 32. Применение производной для отыскания наибольшего и наименьшего значений функций на промежутке	2 ч	C-46
§ 33. Задачи на отыскание наибольшего и наименьшего значений величин	2 ч	C-47
Итоговое повторение	7 ч	C-48
<i>Итоговая контрольная работа</i>	2 ч	

ГЛАВА 1. Числовые функции

С-1. Определение числовой функции, способы ее задания

Вариант 1

1. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\frac{5}{x^2 - 9}} + \frac{1}{x - 4}$.
2. Найдите область значений функции $y = x^2 + 4x - 21$.
3. Постройте график функции $y = x^2 - 6|x| + 5$.

С-1. Определение числовой функции, способы ее задания

Вариант 3

1. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\frac{-7}{x^2 + 3x}} - \frac{x - 1}{x + 1}$.
2. Найдите область значений функции $y = \sqrt{x^2 + 4x - 21}$.
3. Постройте график функции $y = -|x^2 - 6x + 5|$.

ГЛАВА 1. Числовые функции

С-1. Определение числовой функции, способы ее задания

Вариант 2

1. Найдите область определения функции $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4x}}{5} - \frac{3}{x + 2}$.
2. Найдите область значений функции $y = -x^2 + 4x + 45$.
3. Постройте график функции $y = -x^2 - 6|x| + 5$.

С-1. Определение числовой функции, способы ее задания

Вариант 4

1. Найдите область определения функции $y = \sqrt{16 - x^2} + \frac{x + 4}{x}$.
2. Найдите область значений функции $y = \sqrt{-x^2 + 4x + 45}$.
3. Постройте график функции $y = |x^2 - 6x + 5|$.

ГЛАВА 1. Числовые функции

С-2. Свойства функций

Вариант 1

1. Дана функция $y = x^2 - 4x + 4$.

а) Исследуйте функцию на монотонность, если $x \leq 2$.

б) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-1,5; 1,5]$.

2. Исследуйте функцию $y = \frac{x-3}{x}$, где $x > 0$, на ограниченность.

3. Исследуйте функцию $y = \frac{x^2-4}{x}$ на четность.

С-2. Свойства функций

Вариант 3

1. Дана функция $y = x^2 + 2x$.

а) Исследуйте функцию на монотонность, если $x \geq -1$.

б) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-2; 0,4]$.

2. Исследуйте функцию $y = \frac{2x}{x+1}$, где $x < -1$, на ограниченность.

3. Исследуйте функцию $y = 3x^3 - |x|$ на четность.

ГЛАВА 1. Числовые функции

С-2. Свойства функций

Вариант 2

1. Дана функция $y = -x^2 - 4x - 4$.

а) Исследуйте функцию на монотонность, если $x \leq -2$.

б) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-4, 5; -3, 1]$.

2. Исследуйте функцию $y = \frac{x+4}{x}$, где $x < 0$, на ограниченность.

3. Исследуйте функцию $y = \frac{x^2}{x^4 + 1}$ на четность.

С-2. Свойства функций

Вариант 4

1. Дана функция $y = -x^2 + 2x$.

а) Исследуйте функцию на монотонность, если $x \geq 1$.

б) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[0; 2, 2]$.

2. Исследуйте функцию $y = \frac{3x}{x-2}$, где $x > 2$, на ограниченность.

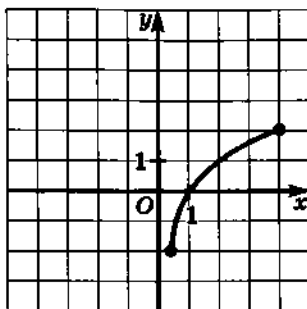
3. Исследуйте функцию $y = \frac{-|x|}{2} + x^4 + 1$ на четность.

ГЛАВА 1. Числовые функции

С-3. Обратная функция

Вариант 1

1. Дана функция $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке. Постройте график обратной функции.

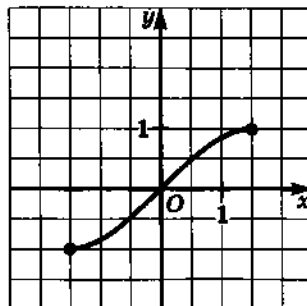


2. Для функции $y = x^2 - 3$, где $x \geq 0$, найдите обратную функцию. Постройте графики обеих функций.

С-3. Обратная функция

Вариант 3

1. Дана функция $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке. Постройте график обратной функции.



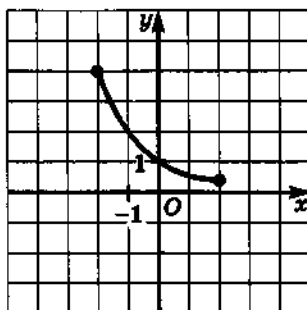
2. Для функции $y = \sqrt[3]{x} + 1$ найдите обратную функцию. Постройте графики обеих функций.

ГЛАВА 1. Числовые функции

С-3. Обратная функция

Вариант 2

1. Дана функция $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке. Постройте график обратной функции.

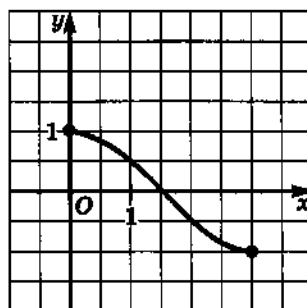


2. Для функции $y = \sqrt{x + 2}$ найдите обратную функцию. Постройте графики обеих функций.

С-3. Обратная функция

Вариант 4

1. Дана функция $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке. Постройте график обратной функции.



2. Для функции $y = (x - 1)^2 + 2$, где $x \leq 1$, найдите обратную функцию. Постройте графики обеих функций.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

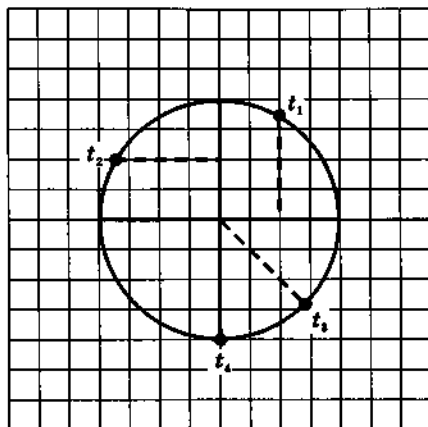
С-4. Числовая окружность

Вариант 1

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу:

- а) π ; б) $\frac{\pi}{4}$; в) $\frac{4\pi}{3}$; г) $-\frac{\pi}{6}$; д) $\frac{5\pi}{2}$; е) $\frac{\pi}{8}$.

2. Найдите все числа, которым соответствуют отмеченные на числовой окружности точки.



ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

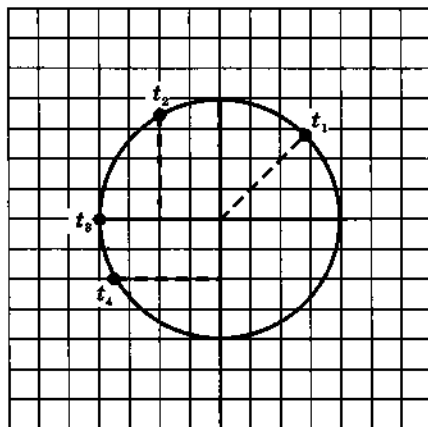
С-4. Числовая окружность

Вариант 2

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу:

- а) $\frac{\pi}{2}$; б) $\frac{\pi}{6}$; в) $\frac{5\pi}{3}$; г) $-\frac{\pi}{3}$; д) $\frac{\pi}{12}$; е) 3π .

2. Найдите все числа, которым соответствуют отмеченные на числовой окружности точки.



ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

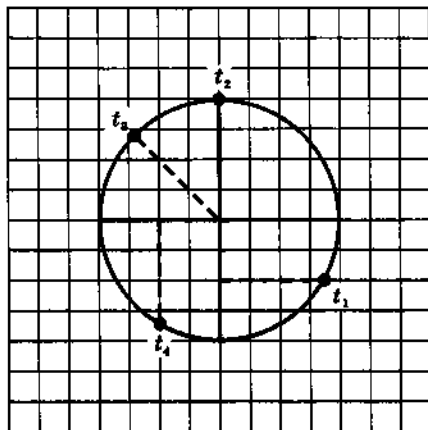
С-4. Числовая окружность

Вариант 3

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу:

- а) 2π ; б) $\frac{\pi}{3}$; в) $\frac{5\pi}{6}$; г) $-\frac{\pi}{4}$; д) $\frac{7\pi}{2}$; е) 3.

2. Найдите все числа, которым соответствуют отмеченные на числовой окружности точки.



ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

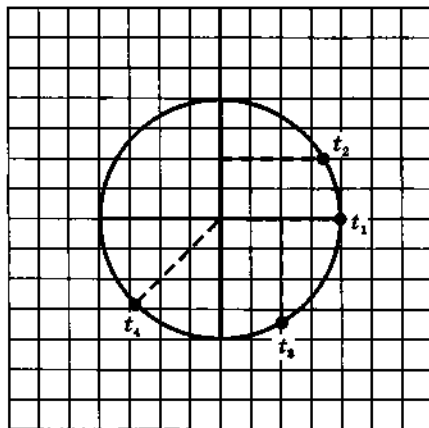
С-4. Числовая окружность

Вариант 4

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу:

- а) $\frac{\pi}{4}$; б) $\frac{2\pi}{3}$; в) $\frac{11\pi}{3}$; г) $-\frac{\pi}{2}$; д) 10π ; е) 4.

2. Найдите все числа, которым соответствуют отмеченные на числовой окружности точки.

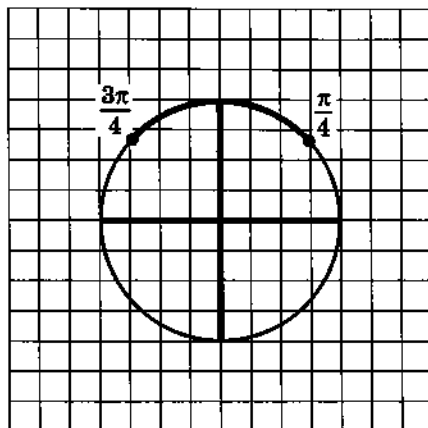


ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-5. Числовая окружность

Вариант 1

1. По геометрической модели дуги числовой окружности запишите аналитическую модель в виде двойного неравенства.



2. По заданному обозначению дуги числовой окружности

$$\left[-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n \right]$$

укажите ее геометрическую и аналитическую модели.

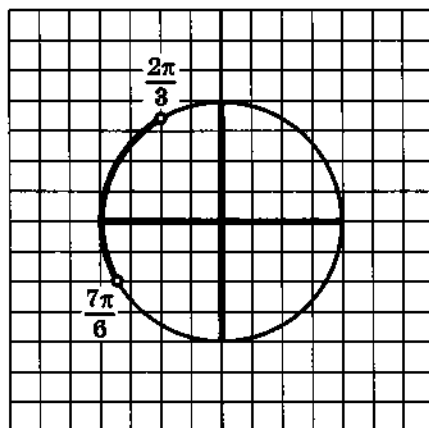
3. По аналитической модели $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n < t < \frac{\pi}{3} + 2\pi n$ запишите обозначение дуги числовой окружности и постройте ее геометрическую модель.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-5. Числовая окружность

Вариант 2

1. По геометрической модели дуги числовой окружности запишите аналитическую модель в виде двойного неравенства.



2. По заданному обозначению дуги числовой окружности $\left(-\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{5\pi}{4} + 2\pi n\right)$

укажите ее геометрическую и аналитическую модели.

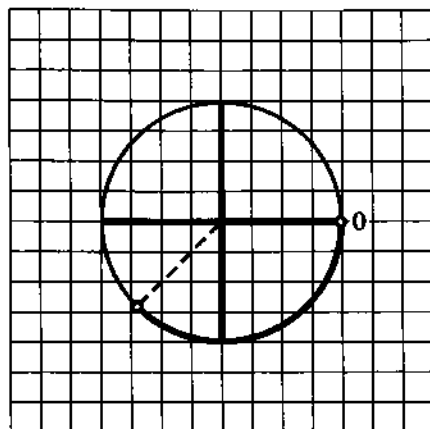
3. По аналитической модели $\frac{\pi}{3} + 2\pi l \leq t \leq \frac{4\pi}{3} + 2\pi l$ запишите обозначение дуги числовой окружности и постройте ее геометрическую модель.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-5. Числовая окружность

Вариант 3

1. По геометрической модели дуги числовой окружности запишите ее аналитическую модель в виде двойного неравенства.



2. По заданному обозначению дуги числовой окружности

$$\left[\frac{\pi}{8} + 2\pi n; \frac{5\pi}{8} + 2\pi n \right]$$

укажите ее геометрическую и аналитическую модели.

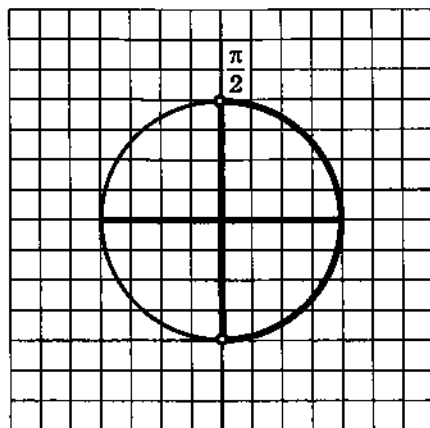
3. По аналитической модели $-\frac{5\pi}{3} + 2\pi n \leq t \leq \frac{\pi}{6} + 2\pi n$ запишите обозначение дуги числовой окружности и постройте ее геометрическую модель.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-5. Числовая окружность

Вариант 4

1. По геометрической модели дуги числовой окружности запишите аналитическую модель в виде двойного неравенства.



2. По заданному обозначению дуги числовой окружности $\left(-\frac{\pi}{12} + 2\pi n; \frac{5\pi}{12} + 2\pi n\right)$

укажите ее геометрическую и аналитическую модели.

3. По аналитической модели $-\frac{7\pi}{4} + 2\pi n \leq t < -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$ запишите обозначение дуги числовой окружности и постройте ее геометрическую модель.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-6. Числовая окружность на координатной плоскости

Вариант 1

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу, и найдите ее декартовы координаты:
а) $\frac{\pi}{2}$; б) $\frac{\pi}{3}$; в) $\frac{3\pi}{4}$; г) $-\frac{\pi}{6}$.
2. Найдите на числовой окружности точки с данной абсциссой $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ и запишите, каким числам t они соответствуют.
3. Обозначьте на числовой окружности точки с ординатой, удовлетворяющей неравенству $y \geq \frac{1}{2}$, и запишите при помощи двойного неравенства, каким числам t они соответствуют.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-6. Числовая окружность на координатной плоскости

Вариант 2

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу, и найдите ее декартовы координаты:
а) π ; б) $\frac{\pi}{4}$; в) $\frac{5\pi}{6}$; г) $-\frac{\pi}{4}$.
2. Найдите на числовой окружности точки с данной ординатой $y = 0,5$ и запишите, каким числам t они соответствуют.
3. Обозначьте на числовой окружности точки с абсциссой, удовлетворяющей неравенству $x < -\frac{\sqrt{3}}{2}$, и запишите при помощи двойного неравенства, каким числам t они соответствуют.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-6. Числовая окружность на координатной плоскости

Вариант 3

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу, и найдите ее декартовы координаты:

а) $\frac{3\pi}{2}$;

б) $\frac{\pi}{6}$;

в) $\frac{4\pi}{3}$;

г) $-\frac{\pi}{3}$.

2. Найдите на числовой окружности точки с данной абсциссой $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ и запишите, каким числам t они соответствуют.

3. Обозначьте на числовой окружности точки с ординатой, удовлетворяющей неравенству $y \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$, и запишите при помощи двойного неравенства, каким числам t они соответствуют.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-6. Числовая окружность на координатной плоскости

Вариант 4

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу, и найдите ее декартовы координаты:
а) 2π ; б) $\frac{2\pi}{3}$; в) $\frac{7\pi}{6}$; г) $-\frac{\pi}{2}$.
2. Найдите на числовой окружности точки с данной ординатой $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ и запишите, каким числам t они соответствуют.
3. Обозначьте на числовой окружности точки с абсциссой, удовлетворяющей неравенству $x > -\frac{1}{2}$, и запишите при помощи двойного неравенства, каким числам t они соответствуют.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-7. Синус и косинус

Вариант 1

1. Вычислите $\sin t$ и $\cos t$, если

а) $t = \frac{\pi}{6}$; б) $t = \frac{\pi}{2}$; в) $t = \frac{5\pi}{4}$; г) $t = -\frac{\pi}{3}$.

2. Обозначьте на числовой окружности точки t , удовлетворяющие уравнению $\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$, и запишите, каким числам t они соответствуют.

3. Определите знак числа:

а) $\sin \frac{4\pi}{9}$; б) $\cos \frac{5\pi}{7}$.

С-7. Синус и косинус

Вариант 3

1. Вычислите $\sin t$ и $\cos t$, если

а) $t = 0$; б) $t = \frac{3\pi}{4}$; в) $t = \frac{7\pi}{6}$; г) $t = -\frac{2\pi}{3}$.

2. Обозначьте на числовой окружности точки t , удовлетворяющие неравенству $\cos t \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$, и запишите, каким числам t они соответствуют.

3. Определите знак числа:

а) $\sin 2$; б) $\cos \frac{14\pi}{11}$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-7. Синус и косинус

Вариант 2

1. Вычислите $\sin t$ и $\cos t$, если

а) $t = \frac{\pi}{4}$; б) $t = \frac{2\pi}{3}$; в) $t = \pi$; г) $t = -\frac{\pi}{6}$.

2. Обозначьте на числовой окружности точки t , удовлетворяющие уравнению $\sin t = \frac{\sqrt{3}}{2}$, и запишите, каким числам t они соответствуют.

3. Определите знак числа:

а) $\sin \frac{5\pi}{8}$; б) $\sin\left(-\frac{\pi}{7}\right)$.

С-7. Синус и косинус

Вариант 4

1. Вычислите $\sin t$ и $\cos t$, если

а) $t = \frac{\pi}{3}$; б) $t = \frac{5\pi}{6}$; в) $t = \frac{3\pi}{2}$; г) $t = -\frac{3\pi}{4}$.

2. Обозначьте на числовой окружности точки t , удовлетворяющие неравенству $\sin t \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$, и запишите, каким числам t они соответствуют.

3. Определите знак числа:

а) $\cos 6$; б) $\sin\left(-\frac{5\pi}{9}\right)$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-8. Тангенс и котангенс

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$;

г) $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{2}$;

б) $\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4}$;

д) $\left(\sin \frac{\pi}{3} - 2 \cos \frac{\pi}{2} + \operatorname{tg} \frac{11\pi}{6} \right) \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{4} \right)$.

в) $\operatorname{tg} \left(-\frac{5\pi}{6} \right)$;

2. Определите знак выражения $\sin \left(-\frac{5\pi}{9} \right) \cos \frac{7\pi}{4} \operatorname{tg} \frac{5\pi}{7}$.

С-8. Тангенс и котангенс

Вариант 3

1. Вычислите:

а) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$;

г) $\operatorname{ctg} 0$;

б) $\operatorname{ctg} \frac{7\pi}{6}$;

д) $\left(\sin \frac{7\pi}{6} - 5 \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{2} - \operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} \right) \operatorname{tg} \left(-\frac{2\pi}{3} \right)$.

в) $\operatorname{tg} \left(-\frac{2\pi}{3} \right)$;

2. Определите знак выражения $\sin \frac{7\pi}{11} \operatorname{tg} \left(-\frac{3\pi}{7} \right) \operatorname{ctg} 2$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-8. Тангенс и котангенс

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$;

г) $\operatorname{tg} 2\pi$;

б) $\operatorname{ctg} \frac{2\pi}{3}$;

д) $\left(\cos \frac{\pi}{6} - 3 \operatorname{tg} \pi + \operatorname{tg} \frac{5\pi}{3} \right) \operatorname{ctg} \frac{5\pi}{4}$.

в) $\operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{4} \right)$;

2. Определите знак выражения $\cos \left(-\frac{7\pi}{12} \right) \sin \frac{3\pi}{8} \operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{6} \right)$.

С-8. Тангенс и котангенс

Вариант 4

1. Вычислите:

а) $\operatorname{tg} 0$;

г) $\operatorname{ctg} \left(-\frac{5\pi}{3} \right)$;

б) $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}$;

д) $\left(\operatorname{ctg} \frac{4\pi}{3} - 3 \operatorname{tg} 2\pi + \sin \frac{11\pi}{3} \right) \cos \left(-\frac{7\pi}{6} \right)$.

в) $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{2}$;

2. Определите знак выражения $\cos \left(-\frac{7\pi}{9} \right) \operatorname{ctg} \frac{12\pi}{5} \operatorname{tg} 3$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-9. Тригонометрические функции числового аргумента

Вариант 1

1. Докажите тождество

$$\frac{1 - \cos^2 t}{1 - \sin^2 t} + \operatorname{tg} t \cdot \operatorname{ctg} t = \frac{1}{\cos^2 t}.$$

2. Известно, что $\sin t = -\frac{15}{17}$, $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$.

Вычислите $\cos t$, $\operatorname{tg} t$, $\operatorname{ctg} t$.

С-9. Тригонометрические функции числового аргумента

Вариант 3

1. Докажите тождество

$$\frac{\cos^2 t}{1 - \sin t} - \sin^2 t - \cos^2 t = \sin t.$$

2. Известно, что $\operatorname{tg} t = \frac{7}{24}$, $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$.

Вычислите $\sin t$, $\cos t$, $\operatorname{ctg} t$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-9. Тригонометрические функции числового аргумента

Вариант 2

1. Докажите тождество

$$\frac{\sin^2 t + \cos^2 t}{\operatorname{tg}^2 t \cdot \cos^2 t} - \frac{\cos^2 t}{1 - \cos^2 t} = 1.$$

2. Известно, что $\cos t = \frac{9}{41}$, $\frac{3\pi}{2} < t < 2\pi$.

Вычислите $\sin t$, $\operatorname{tg} t$, $\operatorname{ctg} t$.

С-9. Тригонометрические функции числового аргумента

Вариант 4

1. Докажите тождество

$$\frac{\sin^2 t}{1 + \cos t} + \sin t \cdot \operatorname{ctg} t = 1.$$

2. Известно, что $\operatorname{ctg} t = -\frac{21}{20}$, $\frac{\pi}{2} < t < \pi$.

Вычислите $\sin t$, $\cos t$, $\operatorname{tg} t$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-10. Тригонометрические функции углового аргумента

Вариант 1

1. Переведите данные числа из градусной меры в радианную:
 75° ; 10° ; 144° ; 1080° .
2. Переведите данные числа из радианной меры в градусную:
 $\frac{\pi}{5}$; $\frac{5\pi}{18}$; $\frac{11\pi}{2}$.
3. Запишите значения синуса, косинуса и тангенса данных угловых аргументов (в виде таблицы):
 0° ; 45° ; 120° ; 210° ; -90° .

С-10. Тригонометрические функции углового аргумента

Вариант 3

1. Переведите данные числа из градусной меры в радианную:
 20° ; 36° ; 250° ; 900° .
2. Переведите данные числа из радианной меры в градусную:
 $\frac{\pi}{10}$; $\frac{8\pi}{15}$; $\frac{5\pi}{12}$.
3. Запишите значения синуса, косинуса и тангенса данных угловых аргументов (в виде таблицы):
 60° ; 225° ; 180° ; 330° ; -45° .

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-10. Тригонометрические функции углового аргумента

Вариант 2

1. Переведите данные числа из градусной меры в радианную:
 15° ; 18° ; 108° ; 720° .
2. Переведите данные числа из радианной меры в градусную:
 $\frac{\pi}{18}$; $\frac{7\pi}{10}$; $\frac{13\pi}{4}$.
3. Запишите значения синуса, косинуса и тангенса данных угловых аргументов (в виде таблицы):
 30° ; 150° ; 270° ; 300° ; -30° .

С-10. Тригонометрические функции углового аргумента

Вариант 4

1. Переведите данные числа из градусной меры в радианную:
 40° ; 72° ; 320° ; 1200° .
2. Переведите данные числа из радианной меры в градусную:
 $\frac{\pi}{15}$; $\frac{3\pi}{5}$; $\frac{7\pi}{18}$.
3. Запишите значения синуса, косинуса и тангенса данных угловых аргументов (в виде таблицы):
 90° ; 135° ; 240° ; 315° ; -60° .

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-11. Формулы приведения

Вариант 1

1. Вычислите при помощи формул приведения:

а) $(\sin 600^\circ + \operatorname{tg} 480^\circ) \cos 330^\circ$;

б) $\cos \frac{11\pi}{3} \operatorname{ctg} \left(-\frac{21\pi}{4}\right)$.

2. Упростите выражение $\frac{\sin(\pi - \alpha)}{2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}$.

●3. Решите неравенство

$$\cos(\pi - t) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + t\right) > 1.$$

С-11. Формулы приведения

Вариант 3

1. Вычислите при помощи формул приведения:

а) $\operatorname{tg}(-675^\circ) : \cos(-570^\circ) - \operatorname{ctg} 150^\circ$;

б) $\operatorname{ctg} \frac{43\pi}{6} + \sin \frac{28\pi}{3}$.

2. Упростите выражение $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \sin(2\pi - \alpha)$.

●3. Решите неравенство

$$\cos(\pi + t) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - t\right) > \sqrt{2}.$$

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-11. Формулы приведения

Вариант 2

1. Вычислите при помощи формул приведения:

а) $(\cos 780^\circ - \operatorname{ctg} 495^\circ) \sin 225^\circ$;

б) $\sin \left(-\frac{23\pi}{4} \right) \operatorname{tg} \frac{19\pi}{6}$.

2. Упростите выражение $\frac{2 \cos \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha \right)}{\sin (\pi + \alpha)}$.

●3. Решите неравенство

$$\sin (\pi + t) - \cos \left(\frac{3\pi}{2} + t \right) < 1.$$

С-11. Формулы приведения

Вариант 4

1. Вычислите при помощи формул приведения:

а) $\sin 750^\circ \operatorname{ctg} 510^\circ + \operatorname{tg} (-120^\circ)$;

б) $\operatorname{tg} \frac{16\pi}{3} - \cos \left(-\frac{55\pi}{6} \right)$.

2. Упростите выражение $\operatorname{ctg} (\pi + \alpha) \cos \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right)$.

●3. Решите неравенство

$$\sin (\pi - t) + \cos \left(\frac{3\pi}{2} + t \right) > -\sqrt{3}.$$

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-12. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график

Вариант 1

1. Не выполняя построения, ответьте на вопрос, принадлежит ли графику функции $y = \sin x$ точка:

$$\text{a) } M\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right);$$

$$6) \quad K\left(\frac{3\pi}{4}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right).$$

2. а) Постройте график функции $y = \sin x - 1$;
 б) укажите область значений данной функции;
 в) найдите наибольшее и наименьшее значения функции на интервале $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

С-12. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график

Вариант 3

- 1. Не выполняя построения, ответьте на вопрос, принадлежит ли графику функции $y = \sin x$ точка:**

$$\text{a) } M\left(-\frac{\pi}{6}; -\frac{1}{2}\right);$$

6) $K\left(\frac{3\pi}{4}; 1\right)$

2. а) Постройте график функции $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 2$;
б) укажите область значений данной функции;
в) найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{3}\right]$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-12. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график

Вариант 2

1. Не выполняя построения, ответьте на вопрос, принадлежит ли графику функции $y = \sin x$ точка:

а) $M\left(\frac{\pi}{3}; \frac{1}{2}\right)$;

б) $K\left(\frac{2\pi}{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

2. а) Постройте график функции $y = \sin x + 0,5$;

б) укажите область значений данной функции;

в) найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $\left[\frac{\pi}{6}; \pi\right]$.

С-12. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график

Вариант 4

1. Не выполняя построения, ответьте на вопрос, принадлежит ли графику функции $y = \sin x$ точка:

а) $M\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$;

б) $K\left(\frac{5\pi}{6}; \frac{1}{2}\right)$.

2. а) Постройте график функции $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1,5$;

б) укажите область значений данной функции;

в) найдите наибольшее и наименьшее значения функции на полуинтервале $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-13. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график

Вариант 1

- а) Постройте график функции $y = \cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right)$;
б) укажите промежутки возрастания и убывания функции;
в) определите нули функции.
- Решите графически уравнение $\cos x = 2x - \pi$.

С-13. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график

Вариант 3

- а) Постройте график функции $y = \cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right) + 1$;
б) укажите промежутки возрастания и убывания функции;
в) определите нули функции.
- Решите графически уравнение $\cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{x - \frac{\pi}{3}}$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-13. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график

Вариант 2

- а) Постройте график функции $y = \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$;
б) укажите промежутки возрастания и убывания функции;
в) определите нули функции.
- Решите графически уравнение $-\cos x = -x + \frac{\pi}{2}$.

С-13. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график

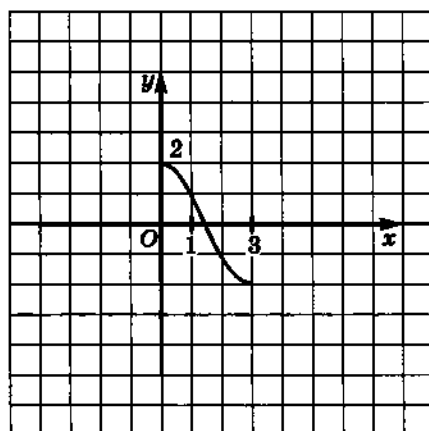
Вариант 4

- а) Постройте график функции $y = \cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right) - 1$;
б) укажите промежутки возрастания и убывания функции;
в) определите нули функции.
- Решите графически уравнение $\cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = 0,5 + x^3$.

С-14. Периодичность функций

Вариант 1

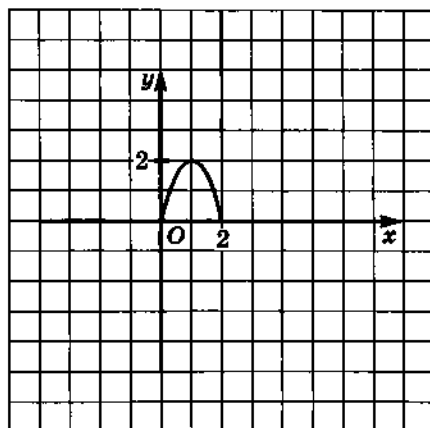
1. Докажите, что число $T = \frac{\pi}{2}$ является периодом функции $y = \sin 4x$.
2. Найдите наименьший положительный период функции $y = \cos \frac{x}{4}$.
3. На рисунке изображена часть графика четной периодической функции $y = f(x)$ с периодом $T = 6$.
 - а) Постройте график этой функции на всей числовой прямой.
 - б) Найдите $f(12)$.



С-14. Периодичность функций

Вариант 2

1. Докажите, что число $T = 6\pi$ является периодом функции $y = \cos \frac{x}{3}$.
2. Найдите наименьший положительный период функции $y = \sin 6x$.
3. На рисунке изображена часть графика нечетной периодической функции $y = f(x)$ с периодом $T = 4$.
 - а) Постройте график этой функции на всей числовой прямой.
 - б) Найдите $f(-11)$.

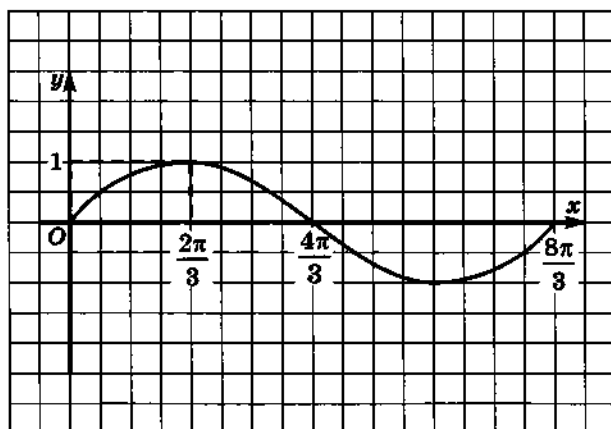


ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-14. Периодичность функций

Вариант 3

1. Докажите, что число $T = \frac{\pi}{3}$ является периодом функции $y = \cos 6x$.
2. Найдите наименьший положительный период функции $y = \sin \frac{x}{3}$.
3. На рисунке изображена часть графика периодической функции $y = f(x)$ на промежутке $\left[0; \frac{8\pi}{3}\right]$, длина которого равна периоду функции.

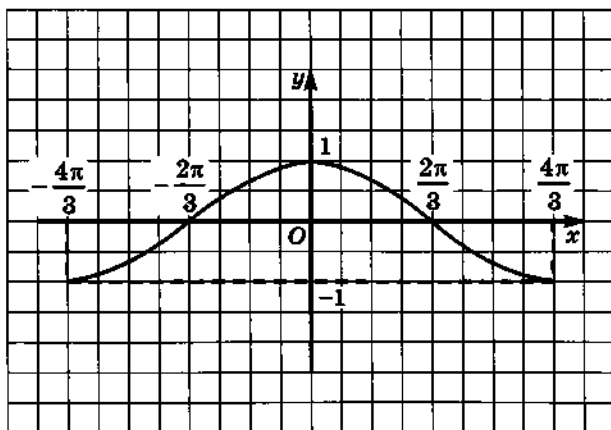


Вычислите $f\left(\frac{10\pi}{3}\right) + f\left(-\frac{10\pi}{3}\right)$.

С-14. Периодичность функций

Вариант 4

1. Докажите, что число $T = 3\pi$ является периодом функции $y = \sin \frac{2x}{3}$.
2. Найдите наименьший положительный период функции $y = \cos 3x$.
3. На рисунке изображена часть графика периодической функции $y = f(x)$ на промежутке $\left[-\frac{4\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}\right]$, длина которого равна периоду функции.



Вычислите $f\left(\frac{8\pi}{3}\right) + f(-2\pi)$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-15. Преобразование графиков тригонометрических функций

Вариант 1

1. Постройте график функции $y = 3 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right)$.

По графику найдите:

- а) область значений функции;
 - б) промежутки возрастания и убывания функции.
2. Известно, что $f(x) = -0,5 \sin x$. Найдите $4f(-x)$.

С-15. Преобразование графиков тригонометрических функций

Вариант 3

1. Постройте график функции $y = -0,5 \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$.

По графику найдите:

- а) область значений функции;
 - б) промежутки возрастания и убывания функции.
2. Известно, что $f(x) = 2,5 \sin x$. Найдите $0,4f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-15. Преобразование графиков тригонометрических функций

Вариант 2

1. Постройте график функции $y = 2 \cos x + 1$.

По графику найдите:

- а) область значений функции;
 - б) промежутки возрастания и убывания функции.
2. Известно, что $f(x) = 1,5 \cos x$. Найдите $2f(2x)$.

С-15. Преобразование графиков тригонометрических функций

Вариант 4

1. Постройте график функции $y = -2,5 \sin x - 0,5$.

По графику найдите:

- а) область значений функции;
 - б) промежутки возрастания и убывания функции.
2. Известно, что $f(x) = -3 \cos x$. Найдите $\frac{1}{3}f\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-16. Преобразование графиков тригонометрических функций

Вариант 1

1. Постройте график функции $y = \cos \frac{x}{3}$.

По графику найдите:

- а) наименьшее и наибольшее значения функции;
- б) нули функции;
- в) значения аргумента, при которых функция принимает положительные значения.

2. Решите графически уравнение $\cos \frac{x}{3} = 1$.

С-16. Преобразование графиков тригонометрических функций

Вариант 3

1. Постройте график функции $y = \sin \frac{2x}{3}$.

По графику найдите:

- а) наименьшее и наибольшее значения функции;
- б) нули функции;
- в) значения аргумента, при которых функция принимает положительные значения.

2. Решите графически уравнение $\sin \frac{2x}{3} - 1 = 0$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-16. Преобразование графиков тригонометрических функций

Вариант 2

1. Постройте график функции $y = -\sin 3x$.

По графику найдите:

- а) наименьшее и наибольшее значения функции;
 - б) нули функции;
 - в) значения аргумента, при которых функция принимает отрицательные значения.
2. Решите графически уравнение $-\sin 3x = 1$.

С-16. Преобразование графиков тригонометрических функций

Вариант 4

1. Постройте график функции $y = 2 \cos 2x$.

По графику найдите:

- а) наименьшее и наибольшее значения функции;
 - б) нули функции;
 - в) значения аргумента, при которых функция принимает отрицательные значения.
2. Решите графически уравнение $2 \cos 2x = -2$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-17. Функции $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$,
их свойства и графики

Вариант 1

1. Постройте график функции $y = \operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{6} \right)$.
2. Решите графически уравнение $\operatorname{tg} x = 1$.
- 3. Решите графически неравенство $\operatorname{ctg} x > -\sqrt{3}$.

С-17. Функции $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$,
их свойства и графики

Вариант 3

1. Постройте график функции $y = \operatorname{ctg} \frac{x}{2} - 1$.
2. Решите графически уравнение $\operatorname{tg} x = -1$.
- 3. Решите графически неравенство $\operatorname{ctg} x < \frac{\sqrt{3}}{3}$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-17. Функции $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$,
их свойства и графики

Вариант 2

1. Постройте график функции $y = \operatorname{ctg} \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$.
2. Решите графически уравнение $\operatorname{ctg} x = 1$.
- 3. Решите графически неравенство $\operatorname{tg} x \geq -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

С-17. Функции $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$,
их свойства и графики

Вариант 4

1. Постройте график функции $y = \operatorname{tg} 2x - 3$.
2. Решите графически уравнение $\operatorname{ctg} x = -1$.
- 3. Решите графически неравенство $\operatorname{tg} x \leq -\sqrt{3}$.

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-18. Арккосинус и решение уравнения $\cos t = a$

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\arccos 1 - \arccos \left(-\frac{1}{2}\right) + \arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$;

б) $\arccos \left(\sin \frac{\pi}{6}\right)$; в) $\operatorname{tg} \left(\arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$

2. Решите уравнение:

а) $\cos t = \frac{1}{\sqrt{2}}$; в) $\cos t = 2$;

б) $\cos t = 0$; г) $\cos t = \frac{3}{4}$.

С-18. Арккосинус и решение уравнения $\cos t = a$

Вариант 3

1. Вычислите:

а) $\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 \arccos \left(-\frac{1}{2}\right) - \arccos 0$;

б) $\arccos \left(\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4}\right)$; в) $\sin \left(\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$

2. Решите уравнение:

а) $2 \cos t = \sqrt{3}$; в) $\cos t = \frac{\sqrt{17}}{4}$;

б) $\cos t = -1$; г) $\cos t = -\frac{\sqrt{15}}{4}$.

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-18. Арккосинус и решение уравнения $\cos t = a$

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\arccos(-1) - \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + \arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$;

б) $\arccos \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{4}\right)$;

в) $\sin(\arccos 0)$.

2. Решите уравнение:

а) $\cos t = -0,5$;

в) $\cos t = -2$;

б) $\cos t = 1$;

г) $\cos t = \frac{2}{3}$.

С-18. Арккосинус и решение уравнения $\cos t = a$

Вариант 4

1. Вычислите:

а) $\arccos(-1) - \arccos \frac{1}{2} - 3 \arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;

б) $\arccos \left(\sin \frac{2\pi}{3}\right)$;

в) $\operatorname{ctg} \left(\arccos \left(-\frac{1}{2}\right)\right)$.

2. Решите уравнение:

а) $2 \cos t = 1$;

в) $\cos t = \frac{\sqrt{23}}{5}$;

б) $-2 \cos t = 0$;

г) $\cos t = \frac{\sqrt{26}}{5}$.

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-19. Арксинус и решение уравнения $\sin t = a$

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\arcsin 1 - \arcsin \frac{1}{2} + \arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;

б) $\arcsin \left(\cos \frac{\pi}{3}\right)$;

в) $\operatorname{ctg} \left(\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \arccos \frac{1}{2}\right)$.

2. Решите уравнение:

а) $\sin t = -1$; б) $\sin t = 0,5$; в) $\sin t = \frac{1}{3}$.

С-19. Арксинус и решение уравнения $\sin t = a$

Вариант 3

1. Вычислите:

а) $\arcsin \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \arcsin 1 - \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$;

б) $\arcsin \left(\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4}\right)$;

в) $\operatorname{tg} \left(\arcsin (-1) + \arcsin \frac{1}{2}\right)$.

2. Решите уравнение:

а) $\sin t = -0,5\sqrt{2}$; б) $\sin t = 1$; в) $\sin t = \frac{\sqrt{7}}{3}$.

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-19. Арксинус и решение уравнения $\sin t = a$

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \arcsin(-1) - 2 \arcsin 0$;

б) $\arcsin \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} \right)$;

в) $\cos \left(\arcsin \left(-\frac{1}{2} \right) - \arcsin 1 \right)$.

2. Решите уравнение:

а) $\sin t = 0$; б) $\sin t = \frac{1}{\sqrt{2}}$; в) $\sin t = -\sqrt{3}$.

С-19. Арксинус и решение уравнения $\sin t = a$

Вариант 4

1. Вычислите:

а) $\arcsin \left(-\frac{1}{2} \right) + \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} - \arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$;

б) $\arcsin \left(\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{6} \right)$;

в) $\sin \left(\arccos(-1) + \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.

2. Решите уравнение:

а) $\sin t = 0,5\sqrt{3}$; б) $\sin t = -0,7$; в) $\sin t = -\frac{\sqrt{5}}{2}$.

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-20. Арктангенс и решение уравнения $\operatorname{tg} x = a$.

Арккотангенс и решение уравнения $\operatorname{ctg} x = a$

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\operatorname{arctg} \sqrt{3} - \operatorname{arctg} 1 + \operatorname{arctg} (-\sqrt{3})$;

б) $\operatorname{tg} \left(\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} \right)$; в) $\operatorname{arctg} \left(\sin \frac{\pi}{2} \right)$.

2. Решите уравнение:

а) $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$;

б) $\operatorname{ctg} x = 0$.

С-20. Арктангенс и решение уравнения $\operatorname{tg} x = a$.

Арккотангенс и решение уравнения $\operatorname{ctg} x = a$

Вариант 3

1. Вычислите:

а) $\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} - \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} + \operatorname{arctg} 1$;

б) $\sin (\operatorname{arctg} (-1))$; в) $\operatorname{arctg} \left(2 \cos \frac{\pi}{6} \right)$.

2. Решите уравнение:

а) $\operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$;

б) $\operatorname{ctg} t = 3$.

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-20. Арктангенс и решение уравнения $\operatorname{tg} x = a$.

Арккотангенс и решение уравнения $\operatorname{ctg} x = a$

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\operatorname{arccotg}(-1) + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} - \operatorname{arccotg} 0$;

б) $\operatorname{ctg} \left(\arccos \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$; в) $\operatorname{arctg}(\cos \pi)$.

2. Решите уравнение:

а) $\operatorname{ctg} x = -1$; б) $\operatorname{tg} x = \frac{1}{6}$.

С-20. Арктангенс и решение уравнения $\operatorname{tg} x = a$.

Арккотангенс и решение уравнения $\operatorname{ctg} x = a$

Вариант 4

1. Вычислите:

а) $\operatorname{arccotg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right) + \operatorname{arctg}(-1) - \operatorname{arccotg} 0$;

б) $\cos(\operatorname{arccotg} \sqrt{3})$; в) $\operatorname{arctg} \left(\operatorname{ctg} \frac{2\pi}{3} \right)$.

2. Решите уравнение:

а) $\operatorname{ctg} x = -0,5$; б) $\operatorname{tg} x = 0$.

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-21. Тригонометрические уравнения

Вариант 1

1. Решите уравнение:

а) $2 \cos x - \sqrt{2} = 0$;

б) $\operatorname{tg} 2x + 1 = 0$;

в) $\sin \left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4} \right) = -1$.

2. Определите число корней уравнения

$$3 \operatorname{ctg} 3x - \sqrt{3} = 0,$$

принадлежащих отрезку $\left[\frac{\pi}{6}; \pi \right]$.

С-21. Тригонометрические уравнения

Вариант 3

1. Решите уравнение:

а) $\sqrt{3} \operatorname{tg} x - 1 = 0$;

б) $2 \sin \left(-\frac{x}{2} \right) = 1$;

в) $2 \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = -\sqrt{2}$.

2. Найдите наименьший положительный корень уравнения

$$\sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-21. Тригонометрические уравнения

Вариант 2

1. Решите уравнение:

а) $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$;

б) $\operatorname{ctg} \frac{x}{3} - 1 = 0$;

в) $\cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = -1$.

2. Определите число корней уравнения

$$\sqrt{3} \operatorname{tg} 2x + 3 = 0,$$

принадлежащих отрезку $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{2} \right]$.

С-21. Тригонометрические уравнения

Вариант 4

1. Решите уравнение:

а) $\operatorname{ctg} x + \sqrt{3} = 0$;

б) $2 \cos 3x = \sqrt{3}$;

в) $2 \sin \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6} \right) = -1$.

2. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения

$$\cos \left(x + \frac{\pi}{12} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-22. Тригонометрические уравнения

Вариант 1

Решите уравнения:

1. $2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$.

2. $\sin 3x + \sqrt{3} \cos 3x = 0$.

●3. $2 \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x + 1 = 0$.

С-22. Тригонометрические уравнения

Вариант 3

Решите уравнения:

1. $6 \cos^2 x + 7 \sin x - 8 = 0$.

2. $\sin x \cos x - \cos^2 x = 0$.

●3. $3 \operatorname{tg}^2 2x - 2 \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} + 2x \right) - 1 = 0$.

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-22. Тригонометрические уравнения

Вариант 2

Решите уравнения:

1. $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$.

2. $\sqrt{3} \sin \frac{x}{4} - \cos \frac{x}{4} = 0$.

●3. $2 \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x - 3 = 0$.

С-22. Тригонометрические уравнения

Вариант 4

Решите уравнения:

1. $4 \sin^2 x + 4 \cos x - 1 = 0$.

2. $\sqrt{3} \sin^2 x + \sin x \cos x = 0$.

●3. $3 \operatorname{ctg}^2 \left(\frac{3\pi}{2} + \frac{x}{3} \right) - 2 \operatorname{tg} \frac{x}{3} = 1$.

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-23. Тригонометрические уравнения

Вариант 1

Решите уравнение $\sqrt{3} \sin 4x + \cos 4x = 0$ и найдите его корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

С-23. Тригонометрические уравнения

Вариант 3

Решите уравнение $5 \cos^2 x - \sin x \cos x = 2$ и найдите его корни, принадлежащие интервалу $\left(-\pi; \frac{\pi}{2}\right)$.

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-23. Тригонометрические уравнения

Вариант 2

Решите уравнение $\sqrt{3} \sin 6x - 3 \cos 6x = 0$ и найдите его корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

С-23. Тригонометрические уравнения

Вариант 4

Решите уравнение $\sin x \cos x - 5 \sin^2 x = -3$ и найдите его корни, принадлежащие интервалу $\left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-24*. Тригонометрические неравенства

Вариант 1

Решите неравенство:

1. $\cos x \leq -\frac{1}{2}$.

2. $\operatorname{tg} x > \frac{\sqrt{3}}{3}$.

3. $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 \leq 0$.

С-24*. Тригонометрические неравенства

Вариант 3

Решите неравенство:

1. $\cos 2x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

2. $\sin x \leq \frac{3}{4}$.

3. $\operatorname{ctg}^2 x - 4 \operatorname{ctg} x + 3 > 0$.

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-24*. Тригонометрические неравенства

Вариант 2

Решите неравенство:

1. $\sin x \leq -\frac{1}{2}$.

2. $\operatorname{tg} x \leq \sqrt{3}$.

3. $2 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 > 0$.

С-24*. Тригонометрические неравенства

Вариант 4

Решите неравенство:

1. $\cos x \leq \frac{1}{3}$.

2. $\sin 3x > \frac{1}{\sqrt{2}}$.

3. $3 \operatorname{tg}^2 x - 4\sqrt{3} \operatorname{tg} x + 3 < 0$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-25. Синус и косинус суммы и разности аргументов

Вариант 1

1. Упростите выражение

$$\cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha.$$

2. Вычислите $\sin 69^\circ \cos 21^\circ + \cos 69^\circ \sin 21^\circ$.

3. Зная, что $\sin t = \frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2} < t < \pi$, вычислите $\cos\left(\frac{\pi}{6} + t\right)$.

С-25. Синус и косинус суммы и разности аргументов

Вариант 3

1. Докажите тождество

$$\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \cos \alpha + \sin \alpha.$$

2. Вычислите $\cos 165^\circ$.

3. Зная, что $\sin t = -\frac{8}{17}$, $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$, вычислите $\sin\left(\frac{\pi}{4} + t\right)$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-25. Синус и косинус суммы и разности аргументов

Вариант 2

1. Упростите выражение

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \alpha.$$

2. Вычислите $\cos 123^\circ \cos 57^\circ - \sin 123^\circ \sin 57^\circ$.

3. Зная, что $\cos t = \frac{4}{5}$, $0 < t < \frac{\pi}{2}$, вычислите $\sin\left(\frac{\pi}{3} + t\right)$.

С-25. Синус и косинус суммы и разности аргументов

Вариант 4

1. Докажите тождество

$$\sqrt{2} \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \cos \alpha - \sin \alpha.$$

2. Вычислите $\sin 165^\circ$.

3. Зная, что $\cos t = \frac{8}{17}$, $\frac{3\pi}{2} < t < 2\pi$, вычислите $\cos\left(\frac{3\pi}{4} + t\right)$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-26. Синус и косинус суммы и разности аргументов

Вариант 1

1. Докажите тождество

$$\frac{\sin(45^\circ - \alpha)}{\cos(45^\circ - \alpha)} = \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}.$$

2. Решите уравнение:

а) $\sin 3x \cos 2x - \cos 3x \sin 2x = -0,5$;

б) $\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \sin x = -\frac{1}{2}$.

С-26. Синус и косинус суммы и разности аргументов

Вариант 3

1. Упростите выражение

$$\sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right).$$

2. Решите уравнение:

а) $\sin 9x \cos 3x - \cos 9x \sin 3x = \frac{2}{5}$;

б) $\sin x + \cos x = 1$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-26. Синус и косинус суммы и разности аргументов

Вариант 2

1. Докажите тождество

$$\frac{\sin(45^\circ - \alpha)}{\cos(45^\circ + \alpha)} = 1.$$

2. Решите уравнение:

а) $\cos 7x \cos 8x + \sin 7x \sin 8x = \frac{\sqrt{3}}{2};$

б) $\sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

С-26. Синус и косинус суммы и разности аргументов

Вариант 4

1. Упростите выражение

$$\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right).$$

2. Решите уравнение:

а) $\cos 7x \cos 2x + \sin 7x \sin 2x = \frac{1}{3};$

б) $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 1.$

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-27. Тангенс суммы и разности аргументов

Вариант 1

1. Вычислите $\frac{\operatorname{tg} 85^\circ - \operatorname{tg} 25^\circ}{1 + \operatorname{tg} 85^\circ \operatorname{tg} 25^\circ}$.

2. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\operatorname{tg} \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) = 4$.

С-27. Тангенс суммы и разности аргументов

Вариант 3

1. Вычислите $\frac{1 - \operatorname{tg} 16^\circ \operatorname{tg} 44^\circ}{\operatorname{tg} 16^\circ + \operatorname{tg} 44^\circ}$.

2. Найдите $\operatorname{ctg} \beta$, если $\operatorname{tg} \left(\beta + \frac{\pi}{3} \right) = 2\sqrt{3}$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-27. Тангенс суммы и разности аргументов

Вариант 2

1. Вычислите $\frac{\operatorname{tg} 4^{\circ} + \operatorname{tg} 26^{\circ}}{1 - \operatorname{tg} 4^{\circ} \operatorname{tg} 26^{\circ}}$.

2. Найдите $\operatorname{tg} \beta$, если $\operatorname{tg} \left(\beta - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{6}$.

С-27. Тангенс суммы и разности аргументов

Вариант 4

1. Вычислите $\frac{\operatorname{tg} 67^{\circ} - \operatorname{tg} 97^{\circ}}{1 + \operatorname{tg} 67^{\circ} \operatorname{tg} 97^{\circ}}$.

2. Найдите $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-28. Формулы двойного аргумента

Вариант 1

1. Известно, что $\sin \alpha = \frac{7}{25}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Найдите $\cos 2\alpha$.

2. Упростите выражение $\frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$.

3. Решите уравнение $\sin 3x \cos 3x = -\frac{\sqrt{3}}{4}$.

С-28. Формулы двойного аргумента

Вариант 3

1. Известно, что $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Найдите $\operatorname{tg} 2\alpha$.

2. Упростите выражение $\frac{\sin 2\alpha + \sin \alpha}{1 + \cos 2\alpha + \cos \alpha}$.

3. Решите уравнение $\cos 2x + 5 \cos x + 3 = 0$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-28. Формулы двойного аргумента

Вариант 2

1. Известно, что $\cos \alpha = \frac{8}{17}$, $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$.

Найдите $\sin 2\alpha$.

2. Упростите выражение $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$.

3. Решите уравнение $\sin^2 \frac{x}{6} - \cos^2 \frac{x}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

С-28. Формулы двойного аргумента

Вариант 4

1. Известно, что $\sin \alpha = -\frac{40}{41}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Найдите $\operatorname{tg} 2\alpha$.

2. Упростите выражение $\frac{1 - \cos 2\alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin 2\alpha}$.

3. Решите уравнение $\cos 2x + 5 \sin x - 3 = 0$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-29. Формулы двойного аргумента

Вариант 1

1. Найдите $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos 2\alpha = 0,2$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
2. Решите уравнение $\sin^2 3x = \frac{3}{4}$.

С-29. Формулы двойного аргумента

Вариант 3

1. Найдите $\operatorname{tg} \left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$, если $\cos 2\alpha = \frac{1}{3}$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
2. Решите уравнение $\cos^2 \left(\frac{\pi}{8} - 7x\right) = \frac{1}{2}$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-29. Формулы двойного аргумента

Вариант 2

1. Найдите $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos 2\alpha = 0,6$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
2. Решите уравнение $\cos^2 5x = \frac{1}{4}$.

С-29. Формулы двойного аргумента

Вариант 4

1. Найдите $\operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$, если $\cos 2\alpha = \frac{1}{3}$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
2. Решите уравнение $\sin^2 \left(3x - \frac{\pi}{8}\right) = \frac{1}{2}$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-30. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение

Вариант 1

1. Вычислите $\frac{\sin 70^\circ + \sin 10^\circ}{\cos 70^\circ - \cos 10^\circ}$.

2. Решите уравнение:

а) $\sin 5x = \sin 6x$;

б) $\sin 3x - \sqrt{3} \cos 2x - \sin x = 0$.

С-30. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение

Вариант 3

1. Вычислите $\frac{\sin \frac{11\pi}{18} - \sin \frac{\pi}{18}}{\cos \frac{11\pi}{18} - \cos \frac{\pi}{18}}$.

2. Решите уравнение:

а) $\cos 3x = \sin 7x$;

б) $\sin 7x + \cos^2 2x = \sin^2 2x + \sin x$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-30. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение

Вариант 2

1. Вычислите $\frac{\sin 10^\circ + \sin 80^\circ}{\cos 80^\circ + \cos 10^\circ}$.

2. Решите уравнение:

а) $\cos 5x = \cos 7x$;

б) $\sin 3x - \sin 7x = \sqrt{3} \sin 2x$.

С-30. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение

Вариант 4

1. Вычислите $\frac{\sin \frac{11\pi}{36} - \sin \frac{\pi}{36}}{\cos \frac{11\pi}{36} - \cos \frac{\pi}{36}}$.

2. Решите уравнение:

а) $\cos 3x = \sin 5x$;

б) $1 + \cos 2x + 2 \cos x \cos 3x = 0$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-31. Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму

Вариант 1

1. Упростите выражение

$$2 \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) + \sin 3x.$$

2. Решите уравнение

$$\sin 9x \sin 3x = \frac{1}{2} \cos 6x.$$

С-31. Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму

Вариант 3

1. Упростите выражение

$$2 \sin \left(\frac{\pi}{3} - 2x \right) \cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right) + \sin \left(3x - \frac{\pi}{6} \right).$$

2. Решите уравнение

$$4 \sin x \cos \left(\frac{\pi}{2} + 5x \right) = 1 - 2 \cos 4x.$$

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-31. Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму

Вариант 2

1. Упростите выражение

$$\sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) - \frac{1}{2} \sin x.$$

2. Решите уравнение

$$2 \sin 6x \cos 2x = \sin 8x + 1.$$

С-31. Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму

Вариант 4

1. Упростите выражение

$$6 \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) \cos \left(3x + \frac{\pi}{3} \right) - 3 \sin \left(5x + \frac{\pi}{6} \right).$$

2. Решите уравнение

$$\sin \left(\frac{3\pi}{2} - x \right) \cos 4x = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{2} \cos 3x.$$

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-32*. Преобразование выражения $A \sin x + B \cos x$
к виду $C \sin (x + t)$

Вариант 1

1. Преобразуйте выражение $\sqrt{3} \sin x - \cos x$ к виду $C \sin (x + t)$ или $C \cos (x + t)$.
2. Найдите область значений функции $y = 9 \sin x + 12 \cos x$.
3. Решите уравнение $\sin 3x + \sqrt{3} \cos 3x = 2$.

С-32*. Преобразование выражения $A \sin x + B \cos x$
к виду $C \sin (x + t)$

Вариант 3

1. Преобразуйте выражение $5 \sin x + 12 \cos x$ к виду $C \sin (x + t)$ или $C \cos (x + t)$.
2. Найдите область значений функции $y = 2,3 \cos \frac{x}{2} - \sqrt{2} \sin \frac{x}{2}$.
3. Решите уравнение $\sin 3x - \cos 3x = \sqrt{2} \cos 7x$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-32*. Преобразование выражения $A \sin x + B \cos x$
к виду $C \sin (x + t)$

Вариант 2

1. Преобразуйте выражение $\sin x + \cos x$ к виду $C \sin (x + t)$ или $C \cos (x + t)$.
2. Найдите область значений функции $y = 2,4 \sin x - \cos x$.
3. Решите уравнение $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 2$.

С-32*. Преобразование выражения $A \sin x + B \cos x$
к виду $C \sin (x + t)$

Вариант 4

1. Преобразуйте выражение $16 \sin x - 12 \cos x$ к виду $C \sin (x + t)$ или $C \cos (x + t)$.
2. Найдите область значений функции $y = 1,5 \cos \frac{x}{3} + 2 \sin \frac{x}{3}$.
3. Решите уравнение $\sin 7x + \cos 7x = \sqrt{2} \sin 11x$.

ГЛАВА 5. Производная

С-33. Предел последовательности

Вариант 1

1. Числовая последовательность (y_n) задана формулой

$$y_n = \frac{n+3}{2n-1}.$$

- а) Вычислите первые четыре члена данной последовательности.
- б) Является ли членом последовательности число $\frac{2}{3}$?
2. Составьте формулу n -го члена последовательности 2, 5, 10, 17, 26, ...
3. Вычислите:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2^n}\right);$

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+4}{3n+1}.$

С-33. Предел последовательности

Вариант 3

1. Числовая последовательность (x_n) задана формулой

$$x_n = \frac{16-n}{3n+1}.$$

- а) Вычислите первые четыре члена данной последовательности.
- б) Начиная с какого номера все члены последовательности (x_n) будут меньше $\frac{1}{2}$?
2. Составьте формулу n -го члена последовательности 0, 7, 26, 63, 124, ...
3. Вычислите:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{7}{n} + 2^{-n}\right);$

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2-3}{(n+1)^2}.$

ГЛАВА 5. Производная

С-33. Предел последовательности

Вариант 2

- Числовая последовательность (y_n) задана формулой $y_n = n^2 - 2n + 13$.
 - Вычислите первые четыре члена данной последовательности.
 - Является ли членом последовательности число 12,25?
- Составьте формулу n -го члена последовательности 1, 2, 4, 8, 16, ...
- Вычислите:
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3^{n+1}} - 4 \right)$;
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 3}{n - 4}$.

С-33. Предел последовательности

Вариант 4

- Числовая последовательность (y_n) задана формулой $y_n = \frac{3n + 10}{3 - 4n}$.
 - Вычислите первые четыре члена данной последовательности.
 - Начиная с какого номера все члены последовательности (y_n) будут больше -1?
- Составьте формулу n -го члена последовательности 0, 2, 8, 26, 80, ...
- Вычислите:
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3^{1-n} + \frac{6}{n} - 5 \right)$;
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n + 2)^2}{4 - 2n^2}$.

С-34. Сумма бесконечной геометрической прогрессии

Вариант 1

1. Найдите сумму геометрической прогрессии $9; 3; 1; \dots$.
2. Сумма геометрической прогрессии (b_n) равна 123, первый член прогрессии равен 41. Найдите знаменатель прогрессии.
3. Найдите сумму геометрической прогрессии (b_n) , если
$$b_n = \frac{20}{3^{n-1}}.$$

С-34. Сумма бесконечной геометрической прогрессии

Вариант 3

1. Найдите сумму геометрической прогрессии $25; -5; 1; \dots$.
2. Сумма геометрической прогрессии (b_n) равна 124, первый член прогрессии равен 31. Найдите знаменатель прогрессии.
3. Найдите сумму геометрической прогрессии (b_n) , если
$$b_n = (-1)^n \frac{12}{2^{n+1}}.$$

С-34. Сумма бесконечной геометрической прогрессии

Вариант 2

1. Найдите сумму геометрической прогрессии 12; 3; 0,75; ...
2. Сумма геометрической прогрессии (b_n) равна 63, знаменатель прогрессии равен $-\frac{1}{3}$. Найдите первый член прогрессии.

3. Найдите сумму геометрической прогрессии (b_n) , если

$$b_n = 4 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{n-2}.$$

С-34. Сумма бесконечной геометрической прогрессии

Вариант 4

1. Найдите сумму геометрической прогрессии -16; 8; -4; ...
2. Сумма геометрической прогрессии (b_n) равна 84, знаменатель прогрессии равен $\frac{1}{4}$. Найдите первый член прогрессии.

3. Найдите сумму геометрической прогрессии (b_n) , если

$$b_n = (-1)^n \frac{5}{3^{n-3}}.$$

С-35. Предел функции

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 - 4x + 7)$; в) $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 - 36}{x + 6}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5}}{x}$; г) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{2t}$.

2. Для функции $y = -3x + 7$ найдите:

- а) приращение функции Δy при переходе от точки x_0 к точке $x_0 + \Delta x$;
- б) отношение приращения функции Δy к приращению аргумента Δx ;
- в) предел отношения приращения функции к приращению аргумента при $\Delta x \rightarrow 0$.

С-35. Предел функции

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\lim_{x \rightarrow -1} (5 - 3x - x^2)$; в) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 16}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x}{\sqrt{x} + 6}$; г) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{2 \sin t}{t}$.

2. Для функции $y = 5x + 1$ найдите:

- а) приращение функции Δy при переходе от точки x_0 к точке $x_0 + \Delta x$;
- б) отношение приращения функции Δy к приращению аргумента Δx ;
- в) предел отношения приращения функции к приращению аргумента при $\Delta x \rightarrow 0$.

С-35. Предел функции

Вариант 3

1. Вычислите:

а) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 2x^2 + 4)$; в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 9} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2} \right) \sqrt{x - 5}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$.

2. Для функции $y = 2x^2$ найдите:

- а) приращение функции Δy при переходе от точки x_0 к точке $x_0 + \Delta x$;
- б) отношение приращения функции Δy к приращению аргумента Δx ;
- в) предел отношения приращения функции к приращению аргумента при $\Delta x \rightarrow 0$.

С-35. Предел функции

Вариант 4

1. Вычислите:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 + 3x - 15)$;

в) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x}{x^2 - 6x + 5}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{2x - 7} \left(\frac{\sqrt{x}}{3} - \frac{3}{\sqrt{x}} \right)$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cos x}{x}$.

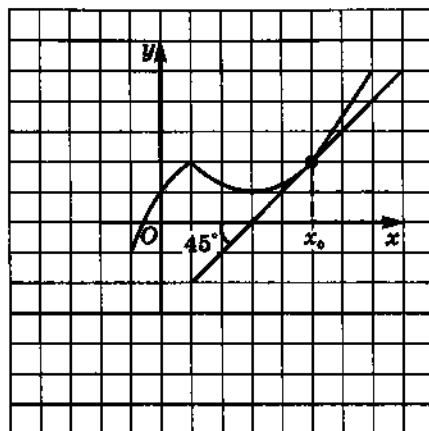
2. Для функции $y = -3x^2$ найдите:

- а) приращение функции Δy при переходе от точки x_0 к точке $x_0 + \Delta x$;
- б) отношение приращения функции Δy к приращению аргумента Δx ;
- в) предел отношения приращения функции к приращению аргумента при $\Delta x \rightarrow 0$.

С-36. Определение производной

Вариант 1

1. Определите значение $f'(x_0)$ для функции $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке.

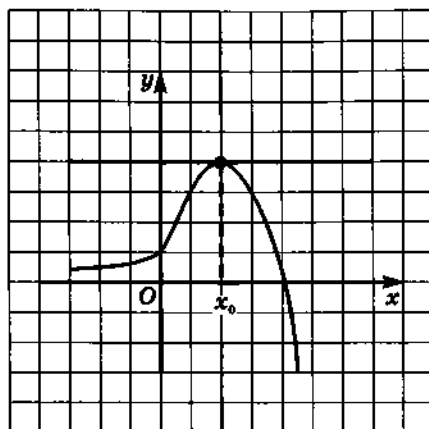


2. Закон движения точки по прямой задается формулой $s(t) = t^2 - 1$, где t время (в секундах), $s(t)$ — отклонение точки в момент времени t (в метрах) от начального положения. Найдите мгновенную скорость движения точки в момент времени t , если $t = 0,5$ с.

С-36. Определение производной

Вариант 2

1. Определите значение $f'(x_0)$ для функции $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке.

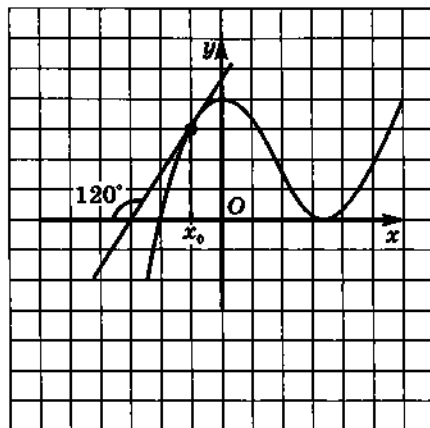


2. Закон движения точки по прямой задается формулой $s(t) = t^3 + 3$, где t время (в секундах), $s(t)$ — отклонение точки в момент времени t (в метрах) от начального положения. Найдите мгновенную скорость движения точки в момент времени t , если $t = 0,75$ с.

С-36. Определение производной

Вариант 3

1. Определите значение $f'(x_0)$ для функции $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке.

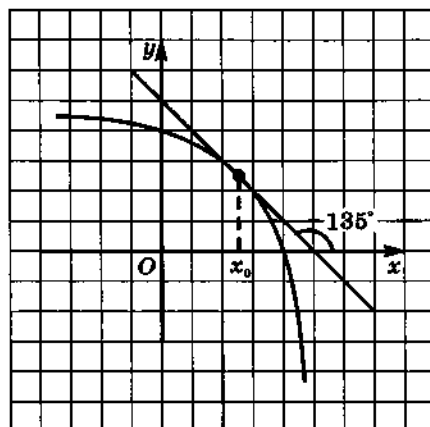


2. Закон движения точки по прямой задается формулой $s(t) = t^2 + t$, где t время (в секундах), $s(t)$ — отклонение точки в момент времени t (в метрах) от начального положения. Найдите мгновенную скорость движения точки в момент времени t , если $t = 1,8$ с.

С-36. Определение производной

Вариант 4

1. Определите значение $f'(x_0)$ для функции $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке.



2. Закон движения точки по прямой задается формулой $s(t) = t^2 - 3t$, где t время (в секундах), $s(t)$ — отклонение точки в момент времени t (в метрах) от начального положения. Найдите мгновенную скорость движения точки в момент времени t , если $t = 2,09$ с.

С-37. Вычисление производных

Вариант 1

1. Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 , если $f(x) = \sqrt{x}$, $x_0 = 25$.
2. Найдите скорость изменения функции $y = -5x + 4$.
3. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = g(x)$ в точке с абсциссой x_0 , если $g(x) = \cos x$,
 $x_0 = -\frac{\pi}{6}$.

С-37. Вычисление производных

Вариант 3

1. Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 , если $f(x) = \sin x$, $x_0 = -\frac{\pi}{4}$.
2. Найдите скорость изменения функции $y = x - 2$.
3. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = g(x)$ в точке с абсциссой x_0 , если $g(x) = \frac{1}{x}$,
 $x_0 = 2\sqrt{3}$.

ГЛАВА 5. Производная

С-37. Вычисление производных

Вариант 2

1. Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 , если $f(x) = \frac{1}{x}$, $x_0 = \sqrt{5}$.
2. Найдите скорость изменения функции $y = 3x$.
3. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0 , если $f(x) = \sin x$, $x_0 = \frac{2\pi}{3}$.

С-37. Вычисление производных

Вариант 4

1. Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 , если $f(x) = \cos x$, $x_0 = \frac{5\pi}{6}$.
2. Найдите скорость изменения функции $y = -4$.
3. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0 , если $f(x) = \sqrt{x}$, $x_0 = 0,01$.

ГЛАВА 5. Производная

С-38. Вычисление производных

Вариант 1

Найдите производную функции:

1. $y = x^3 - 2x^2 + x + 2;$

4. $y = \frac{1}{\cos x};$

2. $y = \sqrt{x} (2 \sin x + 1);$

5. $y = \frac{3x^2 - 2}{x^3};$

3. $y = \frac{1}{x^2};$

6. $y = \operatorname{tg} x + \frac{1}{x}.$

С-38. Вычисление производных

Вариант 3

Найдите производную функции:

1. $y = 0,25x^4 + x^2 - 4;$

4. $y = -\frac{2}{\cos x};$

2. $y = (x^2 - 5x) \cdot (1 - 2\sqrt{x});$

5. $y = \frac{\sin x}{x^2 + 3};$

3. $y = \frac{2}{\sqrt{x}};$

6. $y = (3x + 1)\operatorname{ctg} x.$

ГЛАВА 5. Производная

С-38. Вычисление производных

Вариант 2

Найдите производную функции:

1. $y = -x^3 + 0,5x^2 - x + 1$;

4. $y = \frac{1}{\sin x}$;

2. $y = -3 \cos x \cdot (x^2 + 2)$;

5. $y = \frac{x^4}{3 - x}$;

3. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$;

6. $y = x^2 + \operatorname{ctg} x$.

С-38. Вычисление производных

Вариант 4

Найдите производную функции:

1. $y = -0,5x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 2x$;

4. $y = \frac{3}{\sin x}$;

2. $y = (4\sqrt{x} + 3)\left(1 - \frac{1}{x}\right)$;

5. $y = \frac{x^2 + 4}{\cos x}$;

3. $y = -\frac{1}{x^3}$;

6. $y = x^2 \operatorname{tg} x$.

С-39. Вычисление производных

Вариант 1

1. Найдите тангенс угла φ между касательной к графику функции $y = 3 \operatorname{ctg} x$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{3}$ и положительным направлением оси Ox .
2. При каких значениях x выполняется равенство $f'(x) = 0$, если известно, что $f(x) = \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} + 4$?

С-39. Вычисление производных

Вариант 3

1. Найдите тангенс угла φ между касательной к графику функции $y = \frac{\operatorname{tg} x}{4}$ в точке с абсциссой $x_0 = -\frac{\pi}{6}$ и положительным направлением оси Ox .
2. При каких значениях x выполняется равенство $f'(x) = 0$, если известно, что $f(x) = 6\sqrt{x}(x^2 - 5)$?

С-39. Вычисление производных

Вариант 2

1. Найдите тангенс угла φ между касательной к графику функции $y = 2 \operatorname{tg} x$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{4}$ и положительным направлением оси Ox .
2. При каких значениях x выполняется равенство $f'(x) = 0$, если известно, что $f(x) = 10\sqrt{x} - x + 3$?

С-39. Вычисление производных

Вариант 4

1. Найдите тангенс угла φ между касательной к графику функции $y = 0,5 \operatorname{ctg} x$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{3}$ и положительным направлением оси Ox .
2. При каких значениях x выполняется равенство $f'(x) = 0$, если известно, что $f(x) = \frac{x^2 + 3}{\sqrt{x}}$?

С-40. Вычисление производных

Вариант 1

1. Найдите производную функции:

а) $y = (8x - 15)^5$; в) $y = \sin \left(4x + \frac{\pi}{6} \right)$;

б) $y = \sqrt{3 - 2x}$; г) $y = \frac{1}{1 - 3x}$.

2. Решите неравенство $f'(x) < 0$, если $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$.

С-40. Вычисление производных

Вариант 3

1. Найдите производную функции:

а) $y = 3(2 - x)^6$; в) $y = \operatorname{tg} \left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4} \right)$;

б) $y = 4\sqrt{3x + 8}$; г) $y = \frac{1}{(2x + 5)^2}$.

2. Определите абсциссы точек, в которых касательная к графику функции $y = x^2 - 0,5x^4 + 1$ образует острый угол с положительным направлением оси Ox .

С-40. Вычисление производных

Вариант 2

1. Найдите производную функции:

а) $y = (9 - 7x)^8$;

в) $y = \cos \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right)$;

б) $y = \sqrt{9x + 1}$;

г) $y = \frac{2}{5x + 4}$;

2. Решите неравенство $f'(x) > 0$, если $f(x) = x^3 - 3x + 7$.

С-40. Вычисление производных

Вариант 4

1. Найдите производную функции:

а) $y = -3 \left(4 - \frac{1}{3}x \right)^4$;

в) $y = \operatorname{ctg} \left(3x + \frac{\pi}{4} \right)$;

б) $y = -\sqrt{1 - 2x}$;

г) $y = \frac{1}{(4 - 7x)^2}$.

2. Определите абсциссы точек, в которых касательная к графику функции $y = 9x^4 - 2x^2 + 5$ образует тупой угол с положительным направлением оси Ox .

С-41. Уравнение касательной к графику функции

Вариант 1

1. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x = a$, если $f(x) = 2\sqrt{x+5}$, $a = 4$.
2. Найдите абсциссы точек графика функции $y = 0,5x^2 - x^3 + 1$, в которых угловой коэффициент касательной равен 0.
3. Найдите угол между касательной, проведенной к графику функции $y = \sin 2x - 0,5$ в точке с абсциссой, равной $\frac{\pi}{3}$, и положительным лучом оси абсцисс.

С-41. Уравнение касательной к графику функции

Вариант 3

1. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x = a$, если $f(x) = -\frac{2}{3x-4}$, $a = 1$.
2. Найдите абсциссы точек графика функции $y = x - \sqrt{x} + 9$, в которых угловой коэффициент касательной равен -1 .
3. Найдите угол между касательной, проведенной к графику функции $y = -0,25 \operatorname{ctg} 3x + \sqrt{3}$ в точке с абсциссой, равной $\frac{\pi}{9}$, и положительным лучом оси абсцисс.

С-41. Уравнение касательной к графику функции

Вариант 2

1. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x = a$, если $f(x) = -(x - 6)^6$, $a = 5$.
2. Найдите абсциссы точек графика функции $y = 3x^3 - 4x^2 + 3$, в которых угловой коэффициент касательной равен 1.
3. Найдите угол между касательной, проведенной к графику функции $y = \frac{2}{\sqrt{3}} \cos \frac{x}{2} - \sqrt{2}$ в точке с абсциссой, равной π , и положительным лучом оси абсцисс.

С-41. Уравнение касательной к графику функции

Вариант 4

1. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x = a$, если $f(x) = \frac{1}{(x - 4)^3}$, $a = 3$.
2. Найдите абсциссы точек графика функции $y = 3\sqrt{x} + x - 2$, в которых угловой коэффициент касательной равен 4.
3. Найдите угол между касательной, проведенной к графику функции $y = \sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{x}{4} + 1$ в точке с абсциссой, равной $\frac{2\pi}{3}$, и положительным лучом оси абсцисс.

С-42. Уравнение касательной к графику функции

Вариант 1

1. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = x^3 - 2x^2 + 3x + 4$ в точке с абсциссой $x = 2$.
2. Касательная, проведенная к графику функции $y = 2x^3 - 6x^2 + 7x - 9$ в некоторой точке, образует с положительным направлением оси Ox угол 45° .
 - а) Найдите координаты точки касания;
 - б) составьте уравнение касательной.

С-42. Уравнение касательной к графику функции

Вариант 3

1. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = -\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + 2x - 11$ в точке с абсциссой $x = 2$.
2. Касательная, проведенная к графику функции $y = 2x^3 - 6x^2 - 19x + 20$ в некоторой точке, образует с положительным направлением оси Ox угол 135° .
 - а) Найдите координаты точки касания;
 - б) составьте уравнение касательной.

С-42. Уравнение касательной к графику функции

Вариант 2

1. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = -x^3 - 2x^2 - 3x + 5$ в точке с абсциссой $x = -2$.
2. Касательная, проведенная к графику функции $y = 2x^3 + 6x^2 + 11x + 8$ в некоторой точке, параллельна прямой $y = 5x + 4$.
 - а) Найдите координаты точки касания;
 - б) составьте уравнение касательной.

С-42. Уравнение касательной к графику функции

Вариант 4

1. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = -\frac{x^4}{27} + \frac{x^2}{3} - 2x + 5$ в точке с абсциссой $x = 3$.
2. Касательная, проведенная к графику функции $y = 2x^3 + 12x^2 + 13x - 20$ в некоторой точке, параллельна прямой $y = -5x + 1$.
 - а) Найдите координаты точки касания;
 - б) составьте уравнение касательной.

С-43. Применение производной для исследования функций на монотонность

Вариант 1

1. Исследуйте функцию на монотонность:

а) $y = \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 6x - 19$;

б) $y = \sin x - 3x$.

2. При каких значениях параметра p функция $y = \frac{5}{3}x^3 + px^2 + 5x - 14$ возрастает на всей числовой прямой?

С-43. Применение производной для исследования функций на монотонность

Вариант 3

1. Исследуйте функцию на монотонность:

а) $y = -\frac{2}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 2x - 10$;

б) $y = \sqrt{4x + 9} - 2x$.

2. При каких значениях параметра p функция $y = 2x^3 - px^2 + px - 14$ возрастает на всей числовой прямой?

С-43. Применение производной для исследования функций на монотонность

Вариант 2

1. Исследуйте функцию на монотонность:

а) $y = \frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} - 6x + 4$;

б) $y = \cos x + 5x$.

2. При каких значениях параметра p функция $y = -x^3 + px^2 - 3x + 16$ убывает на всей числовой прямой?

С-43. Применение производной для исследования функций на монотонность

Вариант 4

1. Исследуйте функцию на монотонность:

а) $y = -x^3 - 4x^2 + 3x + 16$;

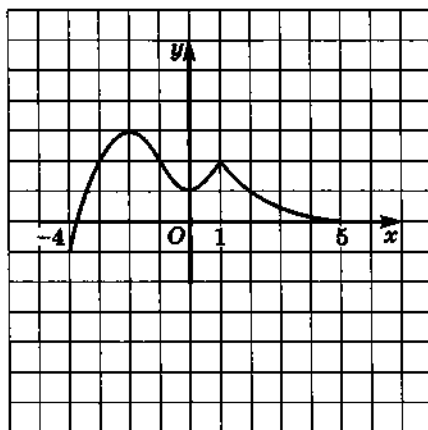
б) $y = 3x - \sqrt{6x - 17}$.

2. При каких значениях параметра p функция $y = -\frac{2}{3}x^3 - px^2 + px + 8$ убывает на всей числовой прямой?

С-44. Применение производной для исследования функций на экстремум

Вариант 1

1. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определите, при каких значениях x производная функции равна нулю, а при каких не существует.



2. Найдите точки экстремума функции и определите их характер:

а) $y = -\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3$; б) $y = (x - 5)^2(2x + 8)$.

3. При каком значении a минимум функции

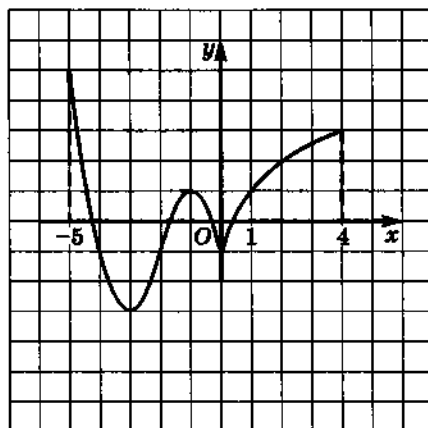
$$y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + a$$

равен -3 ?

С-44. Применение производной для исследования функций на экстремум

Вариант 2

1. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определите, при каких значениях x производная функции равна нулю, а при каких не существует.



2. Найдите точки экстремума функции и определите их характер:

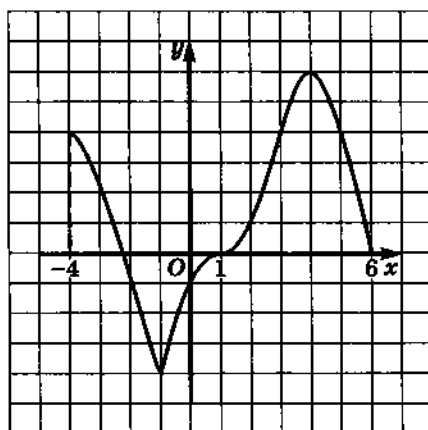
а) $y = x^3 + 3x^2 + 4$; б) $y = \frac{x^2}{1-x}$.

- 3. При каком значении a максимум функции $y = -x^3 - 9x^2 - 15x + 3a$ равен -2 ?

С-44. Применение производной для исследования функций на экстремум

Вариант 3

1. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определите, при каких значениях x производная функции равна нулю, а при каких не существует.



2. Найдите точки экстремума функции и определите их характер:

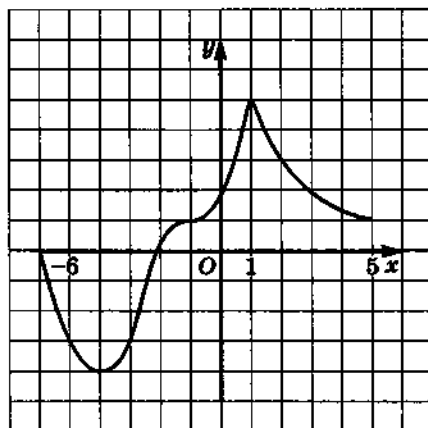
а) $y = -\frac{1}{5}x^5 + \frac{49}{3}x^3 - \frac{3}{5}$; б) $y = (x + 1)^3(3 - x)$.

3. При каком значении a максимум функции $y = ax^2 + 2ax + 2a^2 - 1$ равен 9?

С-44. Применение производной для исследования функций на экстремум

Вариант 4

1. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определите, при каких значениях x производная функции равна нулю, а при каких не существует.



2. Найдите точки экстремума функции и определите их характер:

а) $y = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 + 18$; б) $y = \frac{x^3}{x-2}$.

- 3. При каком значении a минимум функции $y = 3ax^2 - 12ax + a^2 - 11$ равен 2?

С-45. Построение графиков функций

Вариант 1

1. Постройте график функции $y = -x^3 - 3x^2 + 4$.
2. При каких значениях параметра a уравнение $-x^3 - 3x^2 + 4 = a$ имеет два корня?

С-45. Построение графиков функций

Вариант 3

1. Постройте график функции $y = x^4 - 8x^2 + 7$.
2. При каких значениях параметра a уравнение $x^4 - 8x^2 + 7 = a$ имеет два корня?

С-45. Построение графиков функций

Вариант 2

1. Постройте график функции $y = x^3 - 3x^2 + 6$.
2. При каких значениях параметра a уравнение $x^3 - 3x^2 + 6 = a$ имеет два корня?

С-45. Построение графиков функций

Вариант 4

1. Постройте график функции $y = -x^4 + 8x^2 - 9$.
2. При каких значениях параметра a уравнение $-x^4 + 8x^2 - 9 = a$ имеет два корня?

С-46. Применение производной для отыскания наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на промежутке

Вариант 1

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:

1. $y = (12 - x)\sqrt{x}$ на отрезке $[1; 9]$;

2. $y = \frac{1}{3} \cos 3x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

С-46. Применение производной для отыскания наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на промежутке

Вариант 3

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:

1. $y = \frac{x+4}{\sqrt{x}}$ на отрезке $[1; 9]$;

2. $y = \sin^2 x - \cos^2 x$ на отрезке $[0; \pi]$.

ГЛАВА 5. Производная

С-46. Применение производной для отыскания наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на промежутке

Вариант 2

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:

1. $y = (x - 1)^2(x - 4)$ на отрезке $[0; 2]$;

2. $y = \sin 2x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{2}\right]$.

С-46. Применение производной для отыскания наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на промежутке

Вариант 4

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:

1. $y = \frac{x + 1}{x^2 + 2x + 2}$ на отрезке $[-2; 1]$;

2. $y = 2 \sin^2 x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

С-47. Задачи на отыскание наибольшего и наименьшего значений величин

Вариант 1

Каковы должны быть стороны прямоугольного участка, периметр которого равен 120 м, чтобы площадь этого участка была наибольшей?

С-47. Задачи на отыскание наибольшего и наименьшего значений величин

Вариант 3

Число 16 представлено в виде произведения двух положительных множителей так, что сумма их квадратов имеет наименьшее значение. Найдите эти множители.

С-47. Задачи на отыскание наибольшего и наименьшего значений величин

Вариант 2

Прямоугольный участок площадью 2401 м^2 огораживается забором. Каковы должны быть размеры участка, чтобы его периметр был наименьшим?

С-47. Задачи на отыскание наибольшего и наименьшего значений величин

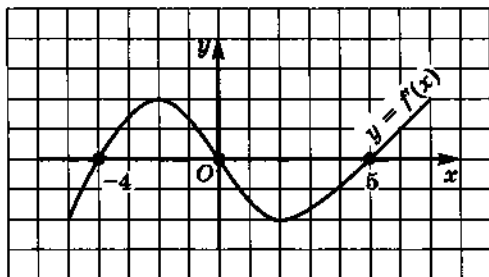
Вариант 4

Найдите положительное число, сумма которого с обратным ему числом имеет наименьшее значение.

С-48.

Вариант 1

1. Найдите $\sin\left(\frac{\pi}{6} - t\right)$, если $\cos t = -\frac{12}{13}$ и $t \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.
2. Решите уравнение
 $\sin 2x + 2 \cos^2 x = 0$.
3. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = 2x^2 - 3\sqrt{x} + 5$ в точке с абсциссой, равной $\frac{1}{4}$.
4. На рисунке изображен график производной для функции $y = f(x)$.



По графику определите:

- а) точки минимума функции $y = f(x)$;
- б) промежутки возрастания функции $y = f(x)$.

Вариант 2

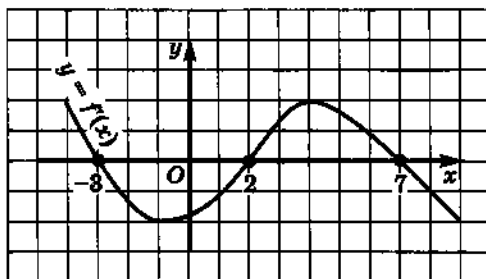
1. Найдите $\cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right)$, если $\sin t = \frac{15}{17}$ и $t \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

2. Решите уравнение

$$\frac{1}{2} \sin 2x - \sin^2 x = 0.$$

3. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = \frac{1}{2}x^2 - 8x + 6\sqrt{x}$ в точке с абсциссой, равной 9.

4. На рисунке изображен график производной для функции $y = f(x)$.



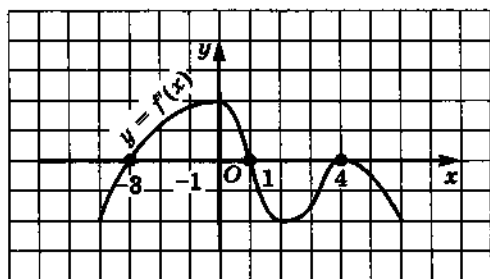
По графику определите:

- точки максимума функции $y = f(x)$;
- промежутки убывания функции $y = f(x)$.

С-48.

Вариант 3

1. Найдите $\cos\left(t - \frac{\pi}{3}\right)$, если $\cos t = -\frac{8}{17}$ и $t \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.
2. Решите уравнение
 $\cos 2x + 3 \cos x = 1$.
3. Угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{x} + 7$, равен 2. Найдите абсциссы точек касания.
4. На рисунке изображен график производной для функции $y = f(x)$.



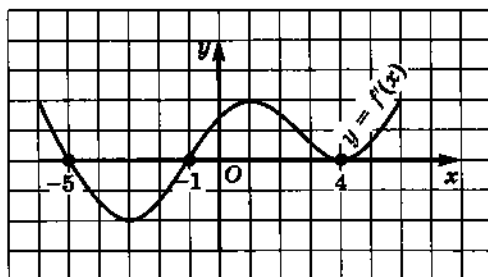
По графику определите:

- а) точки максимума и минимума функции $y = f(x)$;
- б) промежутки убывания функции $y = f(x)$.

С-48.

Вариант 4

1. Найдите $\sin\left(t + \frac{\pi}{6}\right)$, если $\sin t = \frac{5}{13}$ и $t \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.
2. Решите уравнение $\cos 2x + 3 \sin x + 1 = 0$.
3. Угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{x} + 4x$, равен 5. Найдите абсциссы точек касания.
4. На рисунке изображен график производной для функции $y = f(x)$.



По графику определите:

- а) точки максимума и минимума функции $y = f(x)$;
- б) промежутки возрастания функции $y = f(x)$.

Ответы

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
8	1д	$-\frac{\sqrt{3}}{6}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0,25
9	2	$\cos t = -\frac{8}{17}$ $\operatorname{tg} t = \frac{15}{8}$ $\operatorname{ctg} t = \frac{8}{15}$	$\sin t = -\frac{40}{41}$ $\operatorname{tg} t = -\frac{40}{9}$ $\operatorname{ctg} t = -\frac{9}{40}$	$\cos t = -\frac{24}{25}$ $\sin t = -\frac{7}{25}$ $\operatorname{ctg} t = \frac{24}{7}$	$\cos t = -\frac{21}{29}$ $\operatorname{tg} t = -\frac{20}{21}$ $\sin t = \frac{20}{29}$
11	1а	-2,25	$-\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
	1б	-0,5	$\frac{\sqrt{6}}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$
14	2	-0,5	-2	$\cos \alpha$	$-\cos \alpha$
	3			1	1
15	2	$2 \sin x$	$3 \cos 2x$	$\cos x$	$-\sin x$
18	1а	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{19\pi}{12}$	$\frac{13\pi}{12}$	$-\frac{11\pi}{6}$
	1б	$\frac{\pi}{3}$	0	π	$\frac{\pi}{6}$
	1в	-1	1	0,5	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
19	1а	0	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{12}$
	1б	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}$
	1в	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
20	1а	$\frac{11\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{12}$	$-\frac{\pi}{12}$
	1б	$\sqrt{3}$	1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
	1в	$\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{6}$
21	1а	$\pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n$	$(-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k$	$\frac{\pi}{6} + \pi n$	$\frac{5\pi}{6} + \pi n$
	1б	$-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$	$\frac{3\pi}{4} + 3\pi n$	$(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + 2\pi k$	$\pm\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}$
	1в	$-\frac{9\pi}{4} + 6\pi n$	$\frac{2\pi}{3} + \pi n$	$\frac{\pi}{4} + \pi n; -\frac{\pi}{2} + \pi n$	$(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} + 2\pi k$
	2	2 корня	3 корня	$\frac{3\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
22	1	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, 2\pi k$	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n,$ $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$	$(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k,$ $(-1)^n \arcsin \frac{2}{3} + \pi n$	$\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$
	2	$-\frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}$	$\frac{2\pi}{3} + 4\pi n$	$\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{4} + \pi k$	$-\frac{\pi}{6} + \pi n, \pi k$
	3	$-\frac{\pi}{4} + \pi n,$ $\arctg \frac{1}{2} + \pi k$	$\frac{\pi}{4} + \pi n, \arctg \frac{1}{2} + \pi k$	$\frac{1}{2} \arctg \frac{1}{3} + \frac{\pi k}{2},$ $-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$	$\frac{3\pi}{4} + 3\pi n,$ $-3 \arctg \frac{1}{3} + 3\pi k$
23		$-\frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{4},$ $\frac{7\pi}{24}; -\frac{\pi}{24}; \frac{5\pi}{24}; \frac{11\pi}{24}$	$\frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{6}$ $-\frac{5\pi}{18}; -\frac{\pi}{9}; \frac{\pi}{18}; \frac{2\pi}{9}$	$\frac{\pi}{4} + \pi n,$ $-\arctg \frac{3}{2} + \pi k$ $-\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; -\arctg \frac{3}{2}$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n,$ $\arctg \frac{3}{2} + \pi k$ $-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \arctg \frac{3}{2}$

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
24*	1	$\left[\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{4\pi}{3} + 2\pi n \right]$	$\left[-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; -\frac{\pi}{6} + 2\pi n \right]$	$\left(-\frac{5\pi}{12} + \pi n; \frac{5\pi}{12} + \pi n \right)$	$\left[\arccos \frac{1}{3} + 2\pi n; 2\pi - \arccos \frac{1}{3} + 2\pi n \right]$
	2	$\left(\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n \right)$	$\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{3} + \pi n \right)$	$\left[-\pi - \arcsin \frac{3}{4} + 2\pi n; \arcsin \frac{3}{4} + 2\pi n \right]$	$\left(\frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n; \frac{3\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n \right)$
	3	$\left[\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \right]$	$\left(-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n \right)$	$\left(\pi n; \arctg 3 + \pi n \right) \cup \left(\frac{\pi}{4} + \pi n; \pi + \pi n \right)$	$\left(\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{\pi}{3} + \pi n \right)$
25	2	1	-1	$-\frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})}{4}$	$\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}$
	3	$-\frac{4+3\sqrt{3}}{10}$	$\frac{3+4\sqrt{3}}{10}$	$-\frac{23\sqrt{2}}{34}$	$\frac{7\sqrt{2}}{34}$
26	2a	$(-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k$	$\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n$	$(-1)^n \frac{1}{6} \arcsin \frac{2}{5} + \frac{\pi n}{6}$	$\pm \frac{1}{5} \arccos \frac{1}{3} + \frac{2\pi n}{5}$
	2б	$\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$	$(-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k$	$2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; 2\pi k$

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
27	2	0,6	1,4	$\frac{7\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{15}$
28	1	$\cos 2\alpha = \frac{527}{625}$	$\sin 2\alpha = -\frac{240}{289}$	$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{120}{119}$	$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{720}{1519}$
	2	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
	3	$(-1)^{k+1} \frac{\pi}{18} + \frac{1}{6} \pi k$	$\pm \frac{\pi}{2} + 6\pi n$	$\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$	$(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$
29	1	$\cos \alpha = \sqrt{0,6}$ $\sin \alpha = \sqrt{0,4}$ $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\frac{2}{3}}$	$\cos \alpha = \sqrt{0,8}$ $\sin \alpha = \sqrt{0,2}$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$	$3 + 2\sqrt{2}$	$3 - 2\sqrt{2}$
	2	$\pm \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}$	$\pm \frac{\pi}{15} + \frac{\pi n}{5}$	$\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{14}$	$\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{6}$
	1	$-\sqrt{3}$	1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$
30	2a	$2\pi k; \frac{\pi}{11} + \frac{2\pi n}{11}$	$\pi k; \frac{\pi n}{6}$	$\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}$	$\frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{4}; \frac{\pi}{4} + \pi n$
	2б	$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k$	$0,5\pi k; \pm \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{5}$	$\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4};$ $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{18} + \frac{1}{3} \pi k$	$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{2} + \pi k$

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
31	1	$\cos x$	$-0,5 \cos 5x$	$\cos x$	$-3 \cos x$
	2	$\frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{12}$	$\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$	$\pm \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3}$	$\pm \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{5}$
	2	$[-15; 15]$	$[-2,6; 2,6]$	$[-2,7; 2,7]$	$[-2,5; 2,5]$
32*	3	$\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}$	$\frac{\pi}{3} + \pi n$	$\frac{3\pi}{40} + \frac{\pi n}{5}; \frac{5\pi}{16} + \frac{\pi k}{2}$	$\frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{24} + \frac{\pi k}{9}$
33	16	Да	Нет	Начиная с $n = 7$	Начиная с $n = 14$
	2а	1	-4	3	-5
	26	$\frac{5}{3}$	2	7	-0,5
34	1	13,5	16	$20\frac{5}{6}$	$-10\frac{2}{3}$
	2	$\frac{2}{3}$	84	0,75	63
	3	30	$16\frac{2}{3}$	-2	-33,75

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
35	1а	7	7	3	-1
	1б	0,75	2	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$
	1в	-12	0,5	$\frac{1}{6}$	1,25
	1г	0,5	2	2	1
36	1	1	0	$\sqrt{3}$	-1
	2	1 м/с	1,5 м/с	4,6 м/с	1,18 м/с
37	1	0,1	-0,2	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	-0,5
	2	-5	3	1	0
	3	0,5	-0,5	$\frac{1}{12}$	5
39	1	-4	4	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$
	2	3	25	1	1

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
40	2	$(-\infty; 0) \cup (2; \infty)$	$(-\infty; -1) \cup (1; \infty)$	$(-\infty; -1) \cup (0; 1)$	$(-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (0; \frac{1}{3})$
41	1	$k = \frac{1}{3}$	$k = 6$	$k = 6$	$k = -3$
	2	$0; \frac{1}{3}$	$1; -\frac{1}{9}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$
	3	135°	150°	45°	30°
42	1	$y = 7x - 4$	$y = -7x - 3$	$y = -4x - 1$	$y = 4x + 11$
	2а	$(1; -6)$	$(-1; 1)$	$(-1; 31), (3; -37)$	$(-1; -23), (-3; -5)$
	2б	$y = x - 7$	$y = 5x + 6$	$y = -x - 34,$ $y = -x + 30$	$y = -5x - 28,$ $y = -5x - 20$
43	1а	$[2; 3]$ убыв. $(-\infty; 2]$ и $[3; \infty)$ возр.	$[-6; 1]$ убыв. $(-\infty; -6]$ и $[1; \infty)$ возр.	$[0,5; 2]$ возр. $(-\infty; 0,5]$ и $[2; \infty)$ убыв.	$[-3; \frac{1}{3}]$ возр. $(-\infty; -3]$ и $[\frac{1}{3}; \infty)$ убыв.
	1б	Убывает при всех x	Возрастает при всех x	$(-\frac{9}{4}; -2]$ возр. $[-2; \infty)$ убыв.	$(\frac{17}{6}; 3]$ убыв. $[3; \infty)$ возр.
	2	$[-5; 5]$	$[-3; 3]$	$[0; 6]$	$[-2; 0]$

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
44	2а	$x_{\min} = -4$ $x_{\max} = 0$	$x_{\min} = -2$ $x_{\max} = 0$	$x_{\min} = -7$ $x_{\max} = 7$	$x_{\min} = -2, x_{\max} = 1$ $x_{\min} = 0$
	2б	$x_{\min} = -1$ $x_{\max} = 5$	$x_{\min} = 0$ $x_{\max} = 2$	$x_{\min} = 2$ $x_{\max} = 3$	$x_{\min} = 3$
	3*	$a = 6$	$a = -3$	$a = -2$	$a = 13$
45	2	$a = 0, a = 4$	$a = 2, a = 6$	$a = -9, a > 7$	$a = 7, a < -9$
46	1	$y_{\min} = 16$ и $y_{\max} = 9$	$y_{\min} = 0$ и $y_{\max} = -4$	$y_{\min} = 5$ и $y_{\max} = 4$	$y_{\min} = 0$ и $y_{\max} = -0,5$
	2	$y_{\min} = \frac{1}{3}$ и $y_{\max} = -\frac{1}{3}$	$y_{\min} = 1$ и $y_{\max} = 0$	$y_{\min} = 1$ и $y_{\max} = -1$	$y_{\min} = 2$ и $y_{\max} = 1$
47		30 м, 30 м	49 м, 49 м	4; 4	1
48	1	$\frac{12 + 5\sqrt{3}}{26}$	$\frac{7\sqrt{2}}{34}$	$\frac{8 + 15\sqrt{3}}{34}$	$\frac{5\sqrt{3} - 12}{26}$
	2	$\frac{\pi}{2} + \pi n; -\frac{\pi}{4} + \pi k$	$\pi n; \frac{\pi}{4} + \pi k$	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$	$(-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k$
	3	-2	2	± 1	± 1

Содержание

Предисловие	3
Примерное планирование учебного материала	4
Глава 1. Числовые функции	6
Глава 2. Тригонометрические функции	12
Глава 3. Тригонометрические уравнения	48
Глава 4. Преобразование тригонометрических выражений	62
Глава 5. Производная	78
Итоговое повторение	114
Ответы	118

Учебное издание

Александрова Лидия Александровна

**АЛГЕБРА
И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
10 класс**

**САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ
для учащихся общеобразовательных учреждений**

Генеральный директор издательства *М. И. Безвиконная*
Главный редактор *К. И. Куровский*. Редактор *С. В. Бахтина*
Оформление и художественное редактирование: *Т. С. Богданова*
Технический редактор *И. Л. Ткаченко*
Корректор *Г. В. Альперина*
Компьютерная верстка и графика: *А. А. Горкин*

Санитарно-эпидемиологическое заключение
№ 77.99.60.953.Д.001625.02.08 от 29.02.2008.

Формат 60×90¹/₁₆. Бумага офсетная. Гарнитура «Школьная».
Печать офсетная. Усл. печ. л. 8,0. Тираж 20 000 экз. Заказ № 654

Издательство «Мнемозина». 105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.
Тел.: 8 (499) 367 5418, 8 (499) 367 5627, 8 (499) 367 6781; факс: 8 (499) 165 9218.

E-mail: ioc@mnemozina.ru www.mnemozina.ru

Магазин «Мнемозина» (розничная и мелкооптовая продажа книг).
105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.

Тел.: 8 (495) 783 8284, 8 (495) 783 8285, 8 (495) 783 8286.

Торговый дом «Мнемозина» (оптовая продажа книг).
Тел./факс: 8 (495) 657 9898 (многоканальный). E-mail: td@mnemozina.ru

Отпечатано в ООО «Финтрекс».
115477, Москва, ул. Кантмировская, 60.

